

## Vježba 2. Predstavljanje digitalnih signala u MATLAB-u

Osnovni signali koji se često koriste u digitalnoj obradi signala su jedinični impuls, eksponencijalne funkcije, sinusne funkcije i njihova generalizacija na kompleksne eksponencijalne funkcije. Budući da je digitalni signal sekvenca (niz) brojeva, a osnovna struktura podataka u MATLAB-u je matrica dimenzija  $M \times N$  onda je predstavljanje signala u MATLAB-u očigledno – pomoću matrica dimenzija  $1 \times N$  (vrsta-vektor) ili  $M \times 1$  (kolona-vektor) čiji su elementi odmjerci signala sa kojim radimo.

Kada se radi sa signalima u MATLAB-u važno je voditi računa o dva pitanja. Prvo je da su svi signali u MATLAB-u konačnog trajanja što se razlikuje od analitičkog rješavanja problema kada je signal beskonačnog trajanja moguće predstaviti matematičkim izrazom. Drugo pitanje se odnosi na korespondenciju vrijednosti indeksa vektora u kojem se nalazi signal i indeksa vremena. U MATLAB-u vrijednosti indeksa nizova počinju od 1. Dakle, indeksi elemenata vektora sa  $N$  elemenata su 1, 2, ...,  $N$ . Sa druge strane, signali se često posmatraju u vremenskom intervalu koji počinje u nuli tako da indeks vremena uzima vrijednosti od 0 do  $N-1$ . Moguće je čak i da posmatranje signala počne u bilo kojem proizvoljnom vremenskom trenutku kojem može odgovarati čak i negativan vremenski indeks, npr.  $-N$ . Nažalost, informaciju o vremenskom intervalu, tj. vremenskim indeksima u kojima su definisani odmjerci signala ne možemo pridružiti vektoru u kojem se nalazi signal već se o ova informacija mora čuvati odvojeno od signala i koristiti kada je to potrebno. Obično ovo pitanje nije od značaja sve dok se ne dođe do grafičke reprezentacije signala. U ovom slučaju potrebno je apscisu označiti na adekvatan način.

Prilikom generisanja signala dobro je nastojati da se iskoriste MATLAB-ove mogućnosti za rad sa vektorima kako bi se izbjegle spore `for` petlje. Na primjer, da bi se generisao vektor sa odmjercima sinusnog signala najbolje je primijeniti `sin` funkciju na vektor u kojem se nalaze odmjerci vremena.

### Primjeri generisanja signala

Najjednostavniji signal je (pomjereni) jedinični impuls:

$$\delta(n - n_0) = \begin{cases} 1, & n = n_0 \\ 0, & n \neq n_0 \end{cases}$$

Da biste generisali impuls u MATLAB-u morate odlučiti koliki dio signala je od interesa. Pretpostavimo da želimo da posmatramo signal na intervalu od 0 do  $L-1$ . Ako je  $L=31$  onda "impuls" generišemo sledećim kodom u MATLAB-u:

```
L = 31;  
nn = 0:(L - 1);  
imp = zeros(L, 1);  
imp(1) = 1;
```

Signal crtamo sa:

```
stem(nn, imp);
```

Prvi argument se koristi da bi se dobila korektno označena apscisa. Predefinirano označavanje apscise možete dobiti sa `stem(x)`. U elementu `x(1)` će biti vrijednost impulsne funkcije u nuli.

Drugi osnovni signal je sinusni. Ovaj signal je u potpunosti specificiran pomoću tri parametra: amplitude ( $A$ ), frekvencije ( $\omega_0$ ) i početne faze ( $\phi$ ):

$$x(n) = A \cos(\omega_0 n + \phi).$$

Sledećim kodom u MATLAB-u se generiše 31 odmjeraka diskretne sinusoide:

```
nn = 0:30;           % vektor vremenskih indeksa
x = sin(nn/2 + 1);   % odmjeraci signala su u vektoru x
```

Vrijednost `x(1)` će biti vrijednost sinusoide u nuli.

I ovaj signal se može nacrtati naredbom:

```
stem(nn, x);
```

Često diskretni signali nastaju odmjeravanjem kontinualnih signala, kao što je npr. sinusni signal. U opštem slučaju kontinualna sinusoida je data sledećom jednačinom:

$$s(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi),$$

gdje je  $A$  amplituda,  $f_0$  frekvencija u Hercima, a  $\phi$  početna faza signala. Ako se diskretni signal dobija odmjeravanjem signala  $s(t)$  brzinom odmjeravanja  $f_s = 1/T$  dobijamo:

$$s(n) = s(t)|_{t=n\Delta t} = A \cos(2\pi f_0 \Delta t n + \phi) = A \cos\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} n + \phi\right).$$

Poređenjem ove jednačine sa jednačinom diskretne sinusoide vidimo da je frekvencija dobijene diskretne sinusoide jednaka  $\omega_0 = 2\pi f_0 / f_s = 2\pi f_0 \Delta t$ .

Osim impulsa i sinusa u digitalnoj obradi signala često se sreću i eksponencijalni signali.

Generisati signal  $x(n) = (0.9)^n$  na intervalu  $n=0, \dots, 20$ . Nacrtati grafik dobijenog signala.

```
nn = 0:20;
x = 0.9 .^ n;
stem(nn, x);
```

U mnogim primjenama vrlo važnu ulogu igraju i kompleksni signali. Iako su u stvarnosti signali realni, kompleksni signali se koriste kao pogodnost u prikazivanju parova realnih signala. Posebno su važni kompleksni eksponencijalni signali koji se koriste npr. u radaru, prostiranju talasa i Furijeovoj analizi.

Sledeći kod generiše kompleksni eksponencijalni signal i crta njegov realni i imaginarni dio:

```
nn = 0:25;
xx = exp(j*nn/3);
subplot(211)
stem(nn, real(xx));           % realni dio
title('Realni dio')
```

```

xlabel('Indeks (n)')
subplot(212)
title('Imaginarni dio')
xlabel('Indeks (n)')

```

U opštem slučaju kompleksni eksponencijalni signal je dat *fazorskom notacijom*, oblika:

$$x(n) = Gz_0^n = Ae^{j\phi} r^n e^{j\theta n} = Ar^n e^{j(\theta n + \phi)} = Ar^n [\cos(\theta n + \phi) + j \sin(\theta n + \phi)],$$

gdje je  $G = Ae^{j\phi} = A\angle\phi$  kompleksna amplituda kompleksnog eksponencijalnog signala, a  $z_0 = re^{j\theta} = r\angle\theta$ .

## Primjer diskretnog signala - zvučni signal

Zvučni signal se u MATLAB-u predstavlja kao vektor čiji su elementi odmjerci signala. MATLAB može čitati WAV i AU muzičke fajlove korištenjem funkcija `wavread()` i `auread()`, respektivno. Npr. naredba:

```
[y, Fs, nbits] = wavread('handel.wav');
```

učitava zvučni signal u datom WAV fajlu u vektor `y`. U promjenljivoj `Fs` će se nalaziti frekvencija odmjerkavanja, a u promjenljivoj `nbits` broj bita korišten za kodiranje signala.

Najjednostavnija naredba kojom se može reprodukovati zvuk je `sound()`. Njena sintaksa je:

```
sound(y, Fs)
```

MATLAB može i vrijednosti vektora zapisi u WAV ili AU formatu korištenjem funkcija `wavwrite()` i `auwrite()`. Npr.

```
wavwrite(y, Fs, nbits, filename)
```

upisuje u fajl `filename` elemente vektora `y` sa frekvencijom odmjerkavanja `Fs` i `nbits` za kodiranje odmjerkavanja.

## Zadaci

1. Učitati zvučni signal u fajlu [handel44100.wav](#) u radni prostor MATLAB-a. Kakvom strukturom podataka je zvučni signal predstavljen u memoriji? Kolika je frekvencija odmjerkavanja ovog signala i sa koliko bita je kodovan svaki odmjerk signal? Kolike su dimenzije vektora u kojem su odmjerci signala i koliko memorije zauzima? Koliko je trajanje signala u sekundama? Nacrtati signal korištenjem naredbe `plot`, kao da se radi o analognom signalu. Na apscisi označiti vrijeme u sekundama.
2. Reprodukovati zvučni signal iz tačke 1. Zašto je prilikom reprodukcije zvučnog signala potrebno zadati frekvenciju odmjerkavanja? Šta bi se desilo ako biste koristili nižu ili višu frekvenciju odmjerkavanja? Pokušajte upotrebiti npr. 22050Hz ili 88200Hz. Komentarisati rezultate.
3. Vrijednosti odmjerkavanja signala vezane su za intenzitet zvučnog signala. Na primjer, množenjem signala nekom konstantom dobija se njegovo pojačanje (ili slabljenje). Generišite novi signal koji je pojačan 10% u odnosu na signal iz tačke 1. Obratite pažnju na to da će ukoliko amplituda signala pređe vrijednost doći do njegovog odsijecanja. Reprodukujte dobijeni signal. Zadatak ponoviti sa signalom utišanim 50%.

4. Generisati i nacrtati sledeće diskretne signale. U svakom od slučajeva apscisa ( $n$ -osa) treba da obuhvata označeni domen i da bude adekvatno označena:

a.  $x_1(n) = 0.9\delta(n-5), \quad 1 \leq n \leq 20,$

b.  $x_2(n) = 0.8\delta(n), \quad -15 \leq n \leq 15,$

c.  $x_3(n) = 4.5\delta(n+7), \quad -10 \leq n \leq 0.$

5. Generisati i nacrtati sledeće diskretne signale. U svakom od slučajeva apscisa ( $n$ -osa) treba da obuhvata označeni domen i da bude adekvatno označena. Signal  $x_2(n)$  izraziti bez korištenja trigonometrijskih funkcija. Objasniti zašto  $x_3(n)$  nije periodičan signal.

a.  $x_1(n) = \sin\frac{\pi}{17}n, \quad -15 \leq n \leq 25$

b.  $x_2(n) = \sin\left(3\pi n + \frac{\pi}{2}\right), \quad -10 \leq n \leq 10,$

c.  $x_3(n) = \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{23}}n\right), \quad 0 \leq n \leq 50$

d.  $x_3(n) = 1.1^n \cos\left(\frac{\pi}{11}n + \frac{\pi}{4}\right), \quad 0 \leq n \leq 50.$

6. Napisati MATLAB funkciju koja će na osnovu jednačine kontinualne sinusoide da računa odmjerke signala  $s(t)$ . Ova funkcija treba da ima 6 ulaznih argumenata: tri parametra signala (amplituda, frekvencija i početna faza), početni i završni trenutak (u sekundama) i frekvencija odmjeravanja (u Hercima).

```
function [s, t] = sinus(A, f0, fi, tstart, tend, fs)
% [S, T] = SINUS(A, F0, FI, TSTART, TEND, FS) generise
% odmjerke kontinualne sinusoide amplitude A,
% frekvencije F0 Herca i pocetne faze FI na
% intervalu [TSTART, TEND] koristeći frekvenciju
% odmjeravanja FS.
% U vektoru S su odmjerki signala, a u vektoru T vremena u
% kojima su vrijednosti izracunate.
```

7. Pomoću funkcije napisane u prethodnoj tački generisati odmjerke sinusnog signala sa sledećim parametrima:

- frekvencija signala: 400Hz,
- početna faza: 45 stepeni,
- amplituda: 50,
- frekvencija odmjeravanja: 8kHz
- početni trenutak: 0s
- završni trenutak: 7ms.

Nacrtajte dva grafika generisanog signala, jedan u funkciji vremena  $t$  (u milisekundama), a drugi u funkciji indeksa  $n$ . Grafike nacrtati korištenjem naredbi `plot` i `stem`.  
Odrediti dužinu dobijenog diskretnog signala i broj perioda sinusoide koji su uključeni u vektor. Kako se dužina dobijenog diskretnog signala može odrediti na osnovu argumenata funkcije?