

### Vježba 3. Konvolucija

U osnovi analize linearnih vremenskih nepromjenljivih sistema nalazi se konvolucija. Ova operacija omogućava da se na osnovu impulsnog odziva sistema  $h(n)$  i ulazne sekvence  $x(n)$  odredi odziv  $y(n)$  linearnog vremenski nepromjenljivog sistema. Konvolucija dvije sekvence izračunava se kao:

$$y(n) = x(n) * h(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n-k)h(k).$$

Ukoliko su sekvence kauzalne i konačne dužine  $N$  granice sume se svode na:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)h(n-k) = \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k)h(k).$$

Operacija srodna konvoluciji je korelacija. Kroskorelacija dvije sekvence  $x(n)$  i  $y(n)$  je sekvenca  $r_{xy}(l)$  definisana sa:

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l), \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

odnosno,

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+l)y(n), \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

U specijalnom slučaju kada je  $x(n) = y(n)$  radi se o *autokorelaciji* signala  $x(n)$ , koja se definiše kao sekvenca:

$$r_{xx}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+l)y(n).$$

Kada su  $x(n)$  i  $y(n)$  kauzalne sekvence dužine  $N$  jednačine za kroskorelaciju i autokorelaciju postaju:

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=i}^{N-|k|-1} x(n)y(n-l),$$

odnosno,

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=i}^{N-|k|-1} x(n)x(n-l),$$

gdje je  $i = l$  za  $l \geq 0$  i  $i = 0$  za  $l < 0$ .

Konvolucija i korelacija dvije sekvence su povezane na sledeći način:

$$r_{xy}(l) = x(l) * y(-l)$$

## Priprema

1. Napisati u MATLAB-u funkciju konvolucija kojom se implementira rad sistema opisanog jednačinom diferencija sa datim koeficijentima. Deklaracija funkcije treba da bude sledeća:

```
function y = konvolucija(x, h)
% Y = KONVOLUCIJA(X, H) izračunava konvoluciju sekvenci
% X i H i rezultat smješta u Y.
% Rezultat je puna konvolucija dužine ny = nx + nh - 1, pri
% čemu su nx i nh dužine sekvenci x, odnosno, h.
```

2. Dat je impulsni odziv jednog linearnog vremenski nepromjenljivog sistema:

$$h(n) = \{1, 2, 1, -1\}.$$

Analitički odrediti odziv ovog sistema na ulaznu sekvencu:

$$x(n) = \{1, 2, 3, 1\}.$$

U oba slučaja ishodište  $n = 0$  odgovara prvom elementu sekvence.

3. Neka je impulsni odziv sistema isti kao u prethodnoj tački, a neka je ulazna sekvencu sada:

$$x(n) = \{0, 0, 1, 2, 3, 1\}.$$

U oba slučaja ishodište  $n = 0$  odgovara prvom elementu sekvence. Analitički odrediti odziv sistema na datu ulaznu sekvencu.

4. Neka je sada impulsni odziv sistema:

$$h(n) = \{1, \underline{2}, 1, -1\}.$$

Podvučeno je označen odmjerak koji odgovara trenutku  $n = 0$ . Analitički odrediti odziv ovog sistema na ulaznu sekvencu iz tačke 2.

5. Uporedite i komentarišite rezultate dobijene u tačkama 2, 3 i 4.

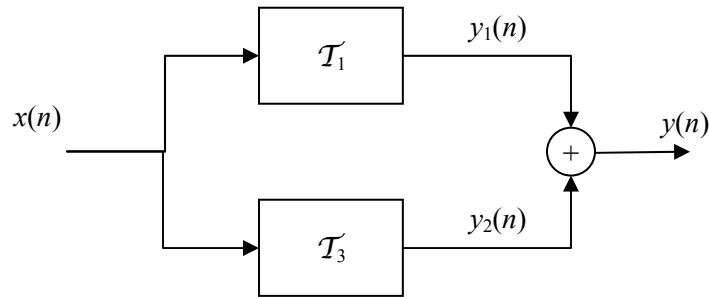
## Zadaci

1. Korištenjem funkcije konvolucija koju ste napisali izračunati i nacrtati signale koji se dobijaju kao odzivi sistema u tačkama 2, 3 i 4. pripreme. Uporedite dobijene rezultate. Kako se zovu sistemi koji imaju ovu osobinu?
2. Korištenjem funkcije konvolucija odrediti odzive sistema  $\mathcal{T}_1$  i  $\mathcal{T}_2$  na signal  $x(n) = \{1, 2, 1\}$  za  $0 \leq n \leq 10$ . Odrediti zbir ovih odziva. Rezultujuće signale grafički prikazati. Poznati su impulsni odzivi sistema  $\mathcal{T}_1$  i  $\mathcal{T}_2$ :

$$\mathcal{T}_1: h_1(n) = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}\right\}$$

$$\mathcal{T}_2: h_2(n) = \{1, 1, 1, 1\}$$

3. Odrediti odziv sistema na slici na signal  $x(n) = \{1, 2, 1\}$  za  $0 \leq n \leq 10$ . Rezultat prikazati grafički. Impulsni odzivi sistema  $\mathcal{T}_1$  i  $\mathcal{T}_2$  su isti kao u prethodnoj tački. Uporediti rezultat sa prethodnom tačkom. Kako se zovu sistemi koji imaju ovu osobinu?



4. Reverberacije su jedan od najčešće korištenih audio efekata i nastaju kada se zvuk odbija od prepreka u prostoru i različitim putanjama stiže do slušaoca. Najčešće se javljaju u velikim zatvorenim prostorijama. Ovaj efekat se vrlo često koristi u muzičkoj produkciji. Postoji više metoda za implementaciju reverberacija, a najjednostavniji je konvolucijom signala sa impulsnim odzivom prostorije (ukoliko je poznat). Učitati impulsni odziv dat u fajlu [impulse\\_cathedral.wav](#). Prikazati i poslušati signal. Kako je nastao ovaj signal?
5. Napisati program u MATLAB-u koji će implementirati dodavanje reverberacija u audio signal. Program testirati na primjeru audio signala u fajlu [handel\\_mono\\_11025.wav](#). Uočiti dugo vrijeme izvršavanja ove konvolucije.
6. Korištenjem konvolucije odrediti autokorelacionu sekvencu signala  $x(n) = \{1, 1, 1\}$ . Rezultat prikazati grafički.
7. *Određivanje kašnjenja signala.* Učitati zvučni signal [handel\\_echo.wav](#). Odrediti autokorelaciju ovog signala. Mogu li se na osnovu ove autokorelacije procijeniti koeficijent refleksije i kašnjenje eha? Kolike su njihove vrijednosti?