Univerzitet u Banjaluci
Elektrotehnički fakultet
Katedra za opštu elektrotehniku
Digitalna obrada signala

Vježba 4.
Analiza linearnih, vremenski nepromjenljivih sistema u vremenskom domenu

Veza između ulaznog i izlaznog niza linearnog, vremenski nepromjenljivog sistema određena je linearnom jednačinom diferencija sa konstantnim koeficijentima. U opštem slučaju ova jednačina ima sledeći oblik:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{l=0}^{M} b_l x(n-l). \quad (1)$$

U MATLAB-u jednačina diferencija se može predstaviti korištenjem dva vektora: jedan vektor sadrži koeficijente u direktnoj sprezi b_l, a drugi koeficijente u povratnoj sprezi a_k. Obično se smatra da je koeficijent $a_0 \neq 0$ pa se može pisati:

$$y(n) = -\frac{1}{a_0}\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + \sum_{l=0}^{M} b_l x(n-l). \quad (2)$$

Sopstvene učestanosti

Impulsni odziv jednačine diferencija se sastoji od nekoliko komponenata koje odgovaraju sopstvenim učestanostima sistema. Sopstvene učestanosti se mogu odrediti pronalaženjem nula karakterističnog polinoma jednačine diferencija:

$$A(z) = \sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k} \ . \quad (3)$$

Svaka nula karakterističnog polinoma, p_k, odgovara jednom članu oblika $p_k^n u(n)$ u impulsnom odzivu.

Priprema

1. Data je jedan diskretan sistem opisan jednačinom diferencija

$$y(n) - \frac{5}{6} y(n-1) + \frac{1}{6} y(n-2) = x(n). \quad (4)$$

   Analitičkim putem odrediti impulsni odziv ovog diskretnog sistema.

Zadaci

1. Napisati funkciju u MATLAB-u kojom će se realizovati diskretni filtar drugog reda čija je jednačina diferencija data sa:

$$y(n) = b_0 x(n-1) + b_1 x(n-2) + b_2 x(n-3) - a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2).$$

Ulazni argumenti funkcije treba da budu vektori `a` i `b` sa koeficijentima jednačine diferencija, te vektor `x` u kojem su odmjerci ulaznog signala. Izlazni argument je vektor `y` u kojem su odmjerci izlaznog signala.

2. Učitati zvučni signal u fajlu handel_mono_11025.wav. Propustiti ovaj signal kroz filtar implementiran u prethodnoj tački sa koeficijentima:
    a. b_0=0.0572, b_1=0.1144, b_2=0.0572; a_1= -1.2189, a_2=0.4477
    b. b_0=0.6666, b_1=-1.3333, b_2= 0.6666; a_1= -1.2189, a_2=0.4477
    c. b_0=0.2625, b_1=0, b_2= -0.2625; a_1=-1.0932, a_2=0.4750
3. Prikazati i poslušati originalni i rezultujuće signale. Komentarisati razlike.
4. Filtriranje linearnim vremenski nepromjenljivim filtrom ugrađeno je u MATLAB kroz funkciju `filter`. Korištenjem funkcije `filter` generisati, a zatim nacrtati impulsni odziv sistema opisanog jednačinom diferencija (4). Impulsni odziv nacrtati na intervalu $-10 \leq n \leq 100$. Uporediti dobijeni rezultat sa analitički dobijenim impulsnim odzivom.
5. Odrediti sopstvene učestanosti sistema opisanog jednačinom diferencija (4). Ako su nule kompleksne onda će komponente koje odgovaraju sopstvenim učestanostima biti kompleksne eksponencijalne funkcije. Nacrtati realni i imaginarni dio signala $p_k^n u(n)$.
6. Sistem drugog reda opisan jednačinom diferencija (4) ima dvije sopstvene učestanosti i ako su one različite onda njegov impulsni odziv ima oblik:

$$h(n) = \left(\alpha p_1^n + \beta p_2^n\right) u(n), \tag{5}$$

    gdje su p_1 i p_2 sopstvene učestanosti. Ove sopstvene učestanosti su određene u tački 5. Neka su još izračunate i dvije vrijednosti $h(n)$ direktno iz jednačine (4). Rješavanjem dobijenog sistema od dvije jednačine sa dvije nepoznate odrediti vrijednosti α i β. Sada korištenjem jednačine (5) generisati impulsni odziv i uporediti ga sa rezultatom iz tačke 7.
7. Korištenjem funkcije `filter` za sistem opisan jednačinom diferencija (4) pronaći odziv na odskočnu funkciju sa amplitudom 3 ($x(n) = 3u(n)$). Uzeti dovoljno dugo trajanje ulaznog signala tako da izlazni signal postane približno konstantan. Nacrtati odskočni odziv i odrediti vrijednost konstante (G_0) kojoj teži izlaz kada $n \to \infty$.
8. Konstanta određena u tački 7. je ustaljeni odziv. Njegova vrijednost se može analitički izračunati uzimajući u obzir da u graničnom slučaju kada $n \to \infty$ $x(n)$ i $y(n)$ postaju konstante. Iskoristiti ovu činjenicu za određivanje vrijednosti G_0.
9. Izračunati i nacrtati vrijednost odziva u prelaznom režimu $y_t(n) = y(n) - G_0$.
10. Odrediti sada odziv na ulazni signal $x(n) = 15u(n)$ i uporediti ga sa odzivom iz tačke 7. Objasniti dobijeni rezultat.
11. Korištenjem MATLAB funkcije `diff` pronaći prvu diferenciju odziva iz tačke 7. Objasniti dobijeni rezultat.