

Vježba 6. Frekvencijske karakteristike sistema

Jedan od načina zadavanja digitalnih sistema, odnosno, filtara u MATLAB-u je pomoću njihove funkcije prenosa. Poznato je da funkcija prenosa linearnih vremenski nepromjenljivih sistema ima oblik racionalne funkcije. Dakle, moguće je memorisati dva polinoma, b i a , koji predstavljaju brojnik i nazivnik funkcije prenosa.

Za određivanje frekvencijske karakteristike filtra koristi se funkcija `freqz` čija je sintaksa:

```
[h, w] = freqz(b, a, N, 'whole');
```

gdje su b i a brojnik i nazivnik funkcije prenosa filtra, respektivno, N je broj tačaka u kojima se izračunava frekvencijska karakteristika, a 'whole' se koristi da se izračuna frekvencijski odziv na cijelom opsegu $[0, 2\pi]$. Ukoliko se izostavi 'whole' frekvencijska karakteristika će se računati samo na gornjoj polovini jedinične kružnice. U vektoru h nalaze se vrijednosti frekvencijske karakteristike u frekvencijama koje se nalaze u vektoru w .

Pokušajte da iskoristite naredbu `freqz` bez izlaznih parametara, dakle samo `freqz(b, a)`. Kakav rezultat se dobija?

Ukoliko želite da odredite vrijednosti frekvencijskog odziva u zadatim tačkama možete koristiti oblik

```
h = freqz(b, a, w);
```

gdje su u vektoru w nalaze frekvencije u kojima se računa odziv, uobičajeno između 0 i π .

Položaj nula i polova funkcije prenosa utiče na oblik frekvencijske karakteristike filtra. U Signal Processing Toolboxu je na raspolaganju naredba `zplane` kojom se može dobiti dijagram nula i polova na kojem je označena i jedinična kružnica. Nule su označene znakom 'o', a polovi znakom 'x'. Ukoliko je sistem zadat funkcijom prenosa čiji su brojnik i nazivnik u vektorima b i a , respektivno, raspored nula i polova te funkcije prenosa može se dobiti pomoću

```
zplane(b, a)
```

Priprema

1. Dat je linearan vremenski nepromjenljiv sistem opisan jednačinom diferencija

$$y(n) - \frac{1}{2}y(n-1) = x(n).$$

Odrediti funkciju prenosa, sopstvene učestanosti i impulsni odziv ovog sistema.

2. Odrediti frekvencijski odziv sistema. Odrediti amplitudnu i faznu karakteristiku sistema.
3. Odrediti odziv sistema na kompleksne eksponencijalne sekvence:

a. $x(n) = Ae^{j\frac{\pi}{2}n}$, $-\infty < n < \infty$,

b. $x(n) = Ae^{j\pi n}$, $-\infty < n < \infty$.

4. Odrediti odziv sistema na ulazni signal:

$$x(n) = 10 - 5 \sin \frac{\pi}{2} n + 20 \cos \pi n.$$

5. Linearan vremenski nepromjenljiv sistem opisan je jednačinom diferencija:

$$y(n] = ay(n-1) + bx(n), \quad 0 < a < 1$$

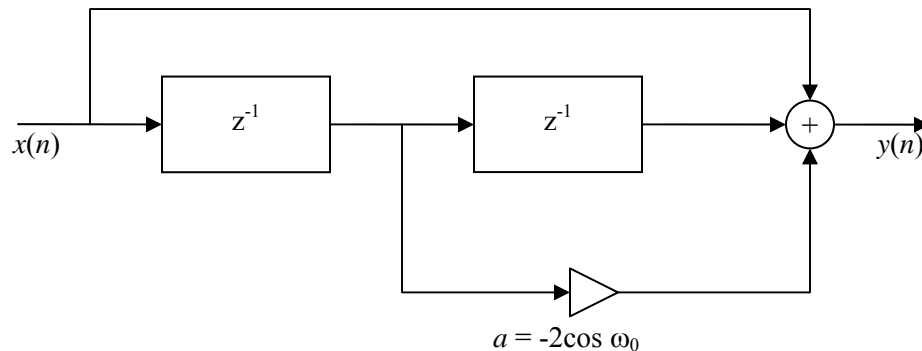
a. Odrediti amplitudnu i faznu karakteristiku ovog sistema.

b. Odrediti vrijednost parametra b tako da je maksimalna vrijednost $|H(e^{j\omega})|$ jednaka 1 za $a = 0,9$.

c. Odrediti odziv sistema na ulazni signal:

$$x(n) = 5 + 12 \sin \frac{\pi}{2} n - 20 \cos \left(\pi n + \frac{\pi}{4} \right).$$

6. Dat je digitalni filter prikazan blok šemom na slici 1.



slika 1.

a. Odrediti jednačinu diferencija ovog sistema i njegov impulsi odziv $h(n)$.

b. Odrediti frekvencijsku karakteristiku ovog filtra. Koje frekvencije ovaj filter u potpunosti blokira. (**Sugestija:** Pronađite nule funkcije prenosa i napišite funkciju prenosa i frekvencijsku karakteristiku u faktorizovanom obliku).

c. Za $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$ odrediti izlaz $y(n)$ ako je ulaz

$$x(n) = 3 \cos \left(\frac{\pi}{3} n + \frac{\pi}{6} \right), \quad -\infty < n < \infty.$$

Zadaci

1. Za digitalni filter iz tačke 1. pripreme nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku.

2. Odrediti vrijednosti amplitudne i fazne karakteristike na frekvencijama $0, \pi/16, \pi/4, \pi/2, \pi$?

3. Generisati i nacrtati realni i imaginarni dio odziva na signal $x(n) = e^{-jn\pi/2}u(n)$. Prikazati dovoljno dugo trajanje odziva tako da prelazni režim nestane. Odredite vrijednost kompleksne amplitude izlaznog signala za $n \rightarrow \infty$.
4. Generisati i nacrtati realni i imaginarni dio odziva na signal $x(n) = e^{-j\pi n}u(n)$. Prikazati dovoljno dugo trajanje odziva tako da prelazni režim nestane. Odredite vrijednost kompleksne amplitude izlaznog signala za $n \rightarrow \infty$.
5. Generisati i nacrtati odziv na signal $x(n) = 10 - 5\sin\frac{\pi}{2}n + 20\cos\pi n$. Prikazati dovoljno dugo trajanje odziva tako da prelazni režim nestane. Odrediti vrijednost amplitude izlaznog signala za $n \rightarrow \infty$.
6. Nacrtati amplitudne spektre ulaznog i izlaznog signala iz prethodne tačke. Adekvatno označiti ose.
7. Izračunati i nacrtati frekvencijsku karakteristiku sistema iz tačke 5. pripreme za vrijednosti dobijene u tački 5b.
8. Generisati i nacrtati odziv na signal $x(n) = 5 + 12\sin\frac{\pi}{2}n - 20\cos\left(\pi n + \frac{\pi}{4}\right)$. Prikazati dovoljno dugo trajanje odziva tako da prelazni režim nestane. Odrediti vrijednost amplitude izlaznog signala za $n \rightarrow \infty$.
9. Nacrtati amplitudne spektre ulaznog i izlaznog signala iz prethodne tačke. Adekvatno označiti ose.
10. Za filter iz tačke 6. pripreme nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku filtra za vrijednosti ω_0 od $0, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi$? Komentarisati. Kakvi tipovi filtera se dobijaju?
11. Za $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$ generisati i nacrtati odziv na signal $x(n) = 3\cos\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{6}\right)$. Prikazati dovoljno dugo trajanje odziva tako da prelazni režim nestane. Odrediti vrijednost amplitude izlaznog signala za $n \rightarrow \infty$.