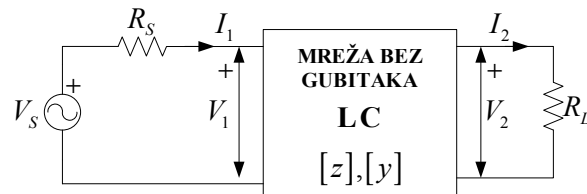


PASIVNI FILTRI

Funkcije prenosa NP i VP filtara, te filtara PO i NPO, dobijene aproksimacionim metodima razmatranim u Glavi 2, realizuju se kao pasivne mreže sa dva pristupa u vidu ljestvičastih LC mreža bez gubitaka, kao na Slici 5.1. Polazeći od poznate funkcije prenosa, prvo se odredi skup realizibilnih parametara LC mreže sa dva pristupa. Zatim se realizuje jedna od ulaznih imitansi mreže, pri čemu se vodi računa da se istovremeno i svi ostali parametri mreže realizuju korektno. Prilikom realizacije treba voditi računa i o tome da impedansa izvora signala R_s i opteretna impedansa R_L mijenjaju karakter LC mreže u RLC mrežu i znatno utiču na prenos snage od izvora do potrošača. Po pravilu se prvo realizuje NP prototip, a zatim denormalizacijom dobiju vrijednosti stvarnih elemenata koje je potrebno ugraditi da se ispune postavljeni zahtjevi. Realizacija VP filtara, kao i filtara PO i NPO zasniva se na frekvencijskim transformacijama NP prototipa u odgovarajuće VP, PO ili NPO prototipove i denormalizaciji. Pokazaćemo da funkcije prenosa filtara SO nije moguće realizovati ljestvičastim LC mrežama, pa ćemo za njihovu realizaciju koristiti rešetkaste LC mreže.



Slika 5.1 Blok šema pasivnog filtra.

Neka su $P_1(\omega)$ i $P_2(\omega)$ aktivne snage na ulazu i izlazu LC mreže na Slici 5.1, respektivno. Ako je sa $Z_{ul}(\omega)$ označena ulazna impedansa LC mreže, ulazna snaga je:

$$P_1(\omega) = |I_1(\omega)|^2 \cdot \operatorname{Re}\{Z_{ul}(\omega)\} = \frac{|V_s(\omega)|^2}{|R_s + Z_{ul}(\omega)|^2} \operatorname{Re}\{Z_{ul}(\omega)\}, \quad (5.1)$$

dok je:

$$P_2(\omega) = \frac{|V_2(\omega)|^2}{R_L}. \quad (5.2)$$

Za mrežu bez gubitaka vrijedi da je $P_1(\omega) = P_2(\omega)$. Podsjetimo se da je snaga na ulazu mreže maksimalna kad je ulazna impedansa mreže prilagođena impedansi izvora signala:

$$Z_{ul}(\omega) = R_s. \quad (5.3)$$

Maksimalna snaga koju pod tim uslovom prima mreža je:

$$P_1(\omega) = P_{\max}(\omega) = \frac{1}{4} \frac{|V_s(\omega)|^2}{R_s}. \quad (5.4)$$

5.1 Darlingtonova procedura

Darlingtonova procedura (Sidney Darlington, 1906-1997) je metod pronalaženja realizibilnih \mathbf{z} i \mathbf{y} parametara LC mreže na osnovu poznate ulazne impedanse mreže na Slici 5.1. Prvo ćemo odrediti ulaznu impedansu iz poznate funkcije prenosa. Definišimo amplitudnu karakteristiku filtra eksplicitno preko odnosa snaga $P_2(\omega)$ i $P_{\max}(\omega)$, tako da je:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{P_2(\omega)}{P_{\max}(\omega)} = \frac{4R_s}{R_L} \left| \frac{V_2(\omega)}{V_s(\omega)} \right|^2. \quad (5.5)$$

Funkcija prenosa sa ovako definisanom amplitudnom karakteristikom je:

$$H(s) = \sqrt{\frac{4R_s}{R_L}} \frac{V_2(s)}{V_s(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}. \quad (5.6)$$

Za LC mrežu na svim učestanostima vrijedi da je $P_2(\omega) = P_1(\omega) \leq P_{\max}(\omega)$, pa iz (5.5) zaključujemo da je $|H(\omega)| \leq 1$. Funkcija prenosa data sa (5.6) se od uobičajene definicije funkcije prenosa, na osnovu koje je ona jednaka količniku Laplasovih transformacija izlaznog i ulaznog napona, razlikuje za multiplikativnu konstantu koja zavisi od R_s , R_L i načina definisanja ulaznog signala.

Iz uslova da je kod mreža bez gubitaka $P_2(\omega) = P_1(\omega)$ slijedi:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{4R_s \operatorname{Re}\{Z_{ul}(\omega)\}}{|R_s + Z_{ul}(\omega)|^2} = 1 - \left| \frac{R_s - Z_{ul}(\omega)}{R_s + Z_{ul}(\omega)} \right|^2 = 1 - |\rho(\omega)|^2, \quad (5.7)$$

gdje je:

$$\rho(s) = \pm \frac{R_s - Z_{ul}(s)}{R_s + Z_{ul}(s)} \quad (5.8)$$

koeficijent refleksije na ulazu LC filtra opterećenog sa R_L . Koeficijent $|\rho(\omega)|$, određen sa:

$$|\rho(\omega)|^2 = \frac{P_r(\omega)}{P_{\max}(\omega)}, \quad (5.9)$$

je mjera reflektovane snage $P_r(\omega)$ sa ulaza mreže. Reflektovana snaga postoji kao posljedica neusaglašenosti R_S i $Z_{ul}(\omega)$, i čini dio maksimalne snage $P_{\max}(\omega)$:

$$P_{\max}(\omega) = P_1(\omega) + P_r(\omega). \quad (5.10)$$

Kvadrat amplitudne karakteristike sada možemo izraziti preko odnosa snaga na sljedeći način:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{P_2(\omega)}{P_{\max}(\omega)} = \frac{P_1(\omega)}{P_{\max}(\omega)} = \frac{P_{\max}(\omega) - P_r(\omega)}{P_{\max}(\omega)} = 1 - \frac{P_r(\omega)}{P_{\max}(\omega)}. \quad (5.11)$$

Relacija (5.8), koja uspostavlja vezu koeficijenta refleksije sa ulaznom impedansom, se koristi za određivanje ulazne impedanse filtra iz poznate funkcije prenosa $H(s)$. U tom smislu, potrebno je prenaći vezu između koeficijenta refleksije i funkcije prenosa. Ako napišemo funkciju prenosa kao količnik dva polinoma:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (5.12)$$

kvadrat modula koeficijenta refleksije na imaginarnoj osi je:

$$|\rho(\omega)|^2 = 1 - |H(\omega)|^2 = \frac{|D(\omega)|^2 - |N(\omega)|^2}{|D(\omega)|^2} = \varepsilon^2 \frac{|F(\omega)|^2}{|D(\omega)|^2}, \quad (5.13)$$

dok je koeficijent refleksije:

$$\rho(s) = \pm \varepsilon \frac{F(s)}{D(s)} = \pm \frac{\hat{F}(s)}{D(s)}, \quad (5.14)$$

gdje smo uveli oznaku $F(s)$ za polinom određen nulama refleksije i $\hat{F}(s) = \varepsilon F(s)$.

Izražavajući ulaznu impedansu preko koeficijenta refleksije iz (5.8) dobijamo:

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{1 \mp \rho(s)}{1 \pm \rho(s)} \Rightarrow Z_{ul}(s) = R_s \frac{D(s) \mp \hat{F}(s)}{D(s) \pm \hat{F}(s)}. \quad (5.15)$$

Realizacije (5.15) sa predznacima + u brojniku i – u nazivniku ili – u brojniku i + u nazivniku rezultuju dualnim mrežama. Dovoljno je posmatrati jedan od ova dva slučaja, pa ćemo u daljnjem razmatranju koristiti da je:

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{D(s) - \hat{F}(s)}{D(s) + \hat{F}(s)}. \quad (5.16)$$

Sa (5.16) je data ulazna impedansa LC mreže sa dva pristupa na čijem kraju je vezan otpornik R_L . Iz poznate funkcije prenosa, koja se može dobiti nekim od aproksimacionih metoda na osnovu postavljenih zahtjeva za filter, te na osnovu (5.16), potrebno je odrediti skup realizabilnih parametara LC mreže sa dva pristupa. Uticaj R_L na tu mrežu se može razdvojiti ako koristimo \mathbf{z} ili \mathbf{y} parametre mreža sa dva pristupa.

Parametri $z_{11}(s)$ i $z_{22}(s)$ su LC impedanse, dok su $y_{11}(s)$ i $y_{22}(s)$ LC admitanse. Na sličan način kao što smo u Glavi 3 pokazivali za LC imitanse, može se pokazati da su i parametri recipročnih LC mreža sa dva pristupa $z_{12}(s) = z_{21}(s)$ i $y_{12}(s) = y_{21}(s)$ neparne racionalne funkcije kompleksne učestanosti.

Kod LC mreža sa dva pristupa, svaki z parametar se može razviti na parcijalne razlomke u obliku:

$$z_{ij}(s) = k_{ij}^{(\infty)} s + \frac{k_{ij}^{(0)}}{s} + \sum_r \frac{k_{ij}^{(r)} s}{s^2 + \omega_r^2}, \quad i, j = 1, 2, \quad (5.17)$$

gdje su $k_{ij}^{(r)}$ reziduumi parametra $z_{ij}(s)$.

Sve funkcije prenosa jedne mreže imaju iste polove, pa tako i parametri $z_{11}(s)$ i $z_{22}(s)$ moraju imati polove gdje god parametar $z_{12}(s)$ ima pol. Analogno vrijedi za \mathbf{y} parametre. Funkcija prenosa mreže sa dva pristupa sa poznatim \mathbf{z} parametrima se može odrediti kao:

$$H(s) = \frac{\sqrt{4R_s R_L} z_{12}(s)}{[z_{11}(s) + R_s][z_{22}(s) + R_L] - z_{12}^2(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (5.18)$$

dok je njena ulazna impedansa:

$$Z_{ul}(s) = \frac{z_{11}(s)R_L + z_{11}(s)z_{22}(s) - z_{12}^2(s)}{z_{22}(s) + R_L}. \quad (5.19)$$

U funkciji prenosa LC mreže sa dva pristupa (5.18) polinom $N(s)$ ima samo parne ili neparne stepene, jer je $z_{12}(s)$ neparna racionalna funkcija i za sve LC mreže korijeni tog polinoma (nule transmisije) moraju ležati na $j\omega$ osi.

Skup realizabilnih \mathbf{z} parametara se može pronaći koristeći proces koji se naziva *Darlingtonova procedura*. Uvedimo parne polinome $m_i(s)$ i neparne polinome $n_i(s)$, $i=1,2$, tako da je:

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{m_1(s) + n_1(s)}{m_2(s) + n_2(s)} = \frac{D(s) - \hat{F}(s)}{D(s) + \hat{F}(s)}. \quad (5.20)$$

Razdvojimo polinome $D(s)$ i $\hat{F}(s)$ na njihove parne $\mathcal{S}\{\cdot\}$ i neparne $\mathcal{N}\{\cdot\}$ dijelove:

$$D(s) = D_e(s) + D_o(s) = \mathcal{S}\{D(s)\} + \mathcal{N}\{D(s)\}, \quad (5.21)$$

$$\hat{F}(s) = \hat{F}_e(s) + \hat{F}_o(s) = \mathcal{S}\{\hat{F}(s)\} + \mathcal{N}\{\hat{F}(s)\}. \quad (5.22)$$

Parni i neparni dijelovi polinoma u brojniku i nazivniku (5.20) su:

$$m_1(s) = D_e(s) - \hat{F}_e(s), \quad (5.23)$$

$$m_2(s) = D_e(s) + \hat{F}_e(s), \quad (5.24)$$

$$n_1(s) = D_o(s) - \hat{F}_o(s), \quad (5.25)$$

$$n_2(s) = D_o(s) + \hat{F}_o(s). \quad (5.26)$$

Pretpostavimo da je $N(s)$ paran polinom. Podijelimo brojnik i nazivnik od $\frac{Z_{ul}(s)}{R_s}$ neparnim polinomom $n_2(s)$:

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{\frac{z_{11}(s)}{R_s} + \frac{z_{11}(s)z_{22}(s)}{R_L R_s} - \frac{z_{12}^2(s)}{R_L R_s}}{\frac{z_{22}(s)}{R_L} + 1} = \frac{m_1(s) + n_1(s)}{m_2(s) + n_2(s)} = \frac{\frac{m_1(s)}{n_2(s)} + \frac{n_1(s)}{n_2(s)}}{\frac{m_2(s)}{n_2(s)} + 1}. \quad (5.27)$$

U slučaju da je $N(s)$ neparan polinom procedura je slična, samo dijelimo parnim polinomom $m_2(s)$. Na osnovu rezultata koji smo dobili u (5.27), zaključujemo da ovakvim izborom polinoma sa kojim dijelimo dobijamo članove koji su neparne racionalne funkcije i koje imaju prirodu LC imitansi, te takve članove možemo pridružiti z parametrima. Poređenjem izraza u (5.27) vidimo da se može usvojiti sljedeće:

$$\frac{z_{11}(s)}{R_s} = \frac{m_1(s)}{n_2(s)} \Rightarrow z_{11}(s) = \frac{m_1(s)}{n_2(s)} R_s, \quad (5.28)$$

$$\frac{z_{22}(s)}{R_L} = \frac{m_2(s)}{n_2(s)} \Rightarrow z_{22}(s) = \frac{m_2(s)}{n_2(s)} R_L. \quad (5.29)$$

Na ovaj način smo odredili parametre $z_{11}(s)$ i $z_{22}(s)$.

Izjednačimo preostale članove u (5.27):

$$\frac{n_1(s)}{n_2(s)} = \frac{z_{11}(s)z_{22}(s) - z_{12}^2(s)}{R_s R_L}, \quad (5.30)$$

odakle treba da odredimo $z_{12}(s)$.

Iz (5.21) i (5.23-26) slijedi da je:

$$D(s) = \frac{1}{2} [m_1(s) + m_2(s) + n_1(s) + n_2(s)], \quad (5.31)$$

dok iz (1.18) dobijamo:

$$H(s) = \frac{2\sqrt{R_S R_L} z_{12}(s)}{\left[z_{11}(s)R_L + z_{11}(s)z_{22}(s) - z_{12}^2(s) \right] + z_{22}(s)R_S + R_S R_L} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (5.32)$$

$$H(s) = \frac{2\sqrt{R_S R_L} z_{12}(s)}{R_S R_L \left(\frac{z_{11}(s)}{R_S} + \frac{z_{11}(s)z_{22}(s)}{R_S R_L} - \frac{z_{12}^2(s)}{R_S R_L} \right) + z_{22}(s)R_S + R_S R_L} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (5.33)$$

$$\frac{2\sqrt{R_S R_L} z_{12}(s)}{R_S R_L \left(\frac{m_1(s)}{n_2(s)} + \frac{n_1(s)}{n_2(s)} + \frac{m_2(s)}{n_2(s)} + \frac{n_2(s)}{n_2(s)} \right)} = \frac{N(s)}{\frac{1}{2} \left[m_1(s) + m_2(s) + n_1(s) + n_2(s) \right]}. \quad (5.34)$$

Iz (5.34) konačno određujemo parametar $z_{12}(s)$:

$$\frac{z_{12}}{\sqrt{R_S R_L}} = \frac{N(s)}{n_2}. \quad (5.35)$$

Iz ove procedure proizlazi tabela \mathbf{z} parametara za $N(s)$ parno. Na sličan način se dobiju \mathbf{z} parametri za $N(s)$ neparno, kao i \mathbf{y} parametri LC filtra. Način određivanja \mathbf{z} i \mathbf{y} parametara prikazan je u Tabeli 5.1. Za rigorozniji teorijski pristup sintezi čitalac se upućuje na [5].

Tabela 5.1 Određivanje \mathbf{z} i \mathbf{y} parametara LC filtra.

$N(s)$	$\frac{z_{11}(s)}{R_S}$	$\frac{z_{22}(s)}{R_L}$	$\frac{z_{12}(s)}{\sqrt{R_S R_L}}$	$y_{11}(s)R_S$	$y_{22}(s)R_L$	$-y_{12}(s)\sqrt{R_S R_L}$
parno	$\frac{m_1(s)}{n_2(s)}$	$\frac{m_2(s)}{n_2(s)}$	$\frac{N(s)}{n_2(s)}$	$\frac{m_2(s)}{n_1(s)}$	$\frac{m_1(s)}{n_1(s)}$	$\frac{N(s)}{n_1(s)}$
neparno	$\frac{n_1(s)}{m_2(s)}$	$\frac{n_2(s)}{m_2(s)}$	$\frac{N(s)}{m_2(s)}$	$\frac{n_2(s)}{m_1(s)}$	$\frac{n_1(s)}{m_1(s)}$	$\frac{N(s)}{m_1(s)}$

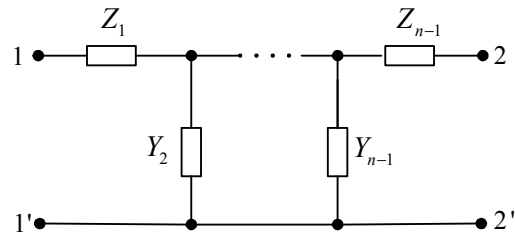
5.2 Realizacija ljestvičastih LC mreža

Nakon što smo odredili parametre LC mreže sa dva pristupa kojom treba da realizujemo filtarsku funkciju prenosa kao na Slici 5.1, potrebno je odabrati jedan od \mathbf{z} ili \mathbf{y} parametara koje ćemo realizovati kao LC imitansu sa jednim pristupom, a da pri tome i preostali parametri mreže sa dva pristupa budu realizovani korektno. Kod ovakvog pristupa evidentna su tri pitanja na koja treba obratiti pažnju prilikom realizacije:

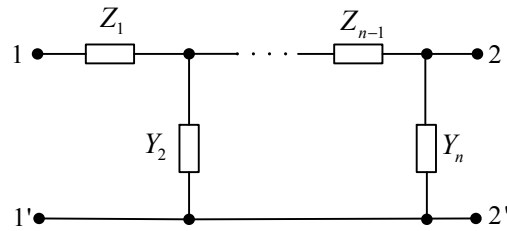
1. Koji od parametara $z_{11}(s)$, $z_{22}(s)$, $y_{11}(s)$ ili $y_{22}(s)$, koji imaju prirodu LC imitansi, odabrati za sintezu?
2. Kako realizovati odabranu imitansu, recimo $z_{11}(s)$, a da funkcija prenosa filtra ima korektne nule transmisije određene sa $z_{12}(s)$?
3. Kako možemo biti sigurni da se imitansa gledana sa drugog para krajeva, recimo $z_{22}(s)$, realizuje simultano prilikom realizacije $z_{11}(s)$ i $z_{12}(s)$?

Na prvo pitanje je lako odgovoriti ako se sjetimo da LC ljestvičaste mreže moraju početi i završiti rednom ili odvodnom granom, kao na Slici 5.2, te da su $z_{ij}(s)$ impedanse otvorenog, a $y_{ij}(s)$ admitanse kratko spojenog kola. Prema tome, ako je prva grana gledano sa jednog pristupa redna, ona ne utiče na impedansu otvorenog kola (z parametar) kad se gleda sa drugog pristupa. Zbog toga je u navedenom slučaju red impedanse gledane sa drugog pristupa manji od reda njoj odgovarajuće admitanse. Ako bismo tu impedansu odabrali za realizaciju, ne bismo realizovali navedenu impedansu u rednoj grani i mreža bi bila nekompletna. Analogno, ako je prva grana gledano sa jednog pristupa odvodna, ona ne utiče na admitansu kratko spojene mreže kad se gleda sa drugog pristupa. Kako imitansa čiju sintezu vršimo mora da predstavlja cijelu mrežu, biramo imitansu sa najvišim stepenom, čijom realizacijom dobijamo ljestvičaste mreže prikazane na Slici 5.2.

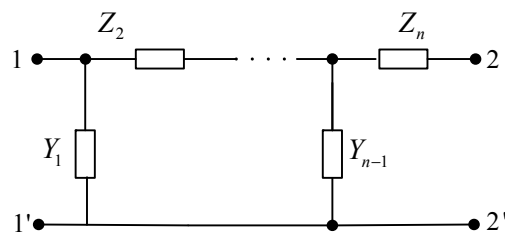
Razmotrimo sada drugo pitanje. U ljestvičastim LC mrežama se nule transmisije realizuju preko polova impedanse u rednoj grani, ili polova admitanse u odvodnoj grani. Ako u ljestvičastoj mreži u rednoj grani imamo paralelno oscilatorno kolo, impedansa tog kola je beskonačno velika na frekvenciji njegovog pola (antirezonantnoj frekvenciji), te signal čija je učestanost jednaka antirezonantnoj učestanosti tog kola neće proći na izlaz filtra.



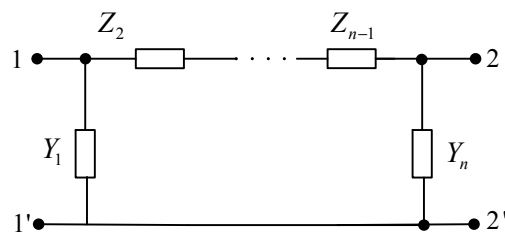
(a)



(b)



(c)



(d)

Slika 5.2 Parametri višeg reda ljestvičastih LC mreža: (a) $y_{11}(s)$ ili $y_{22}(s)$; (b) $z_{11}(s)$ ili $y_{22}(s)$; (c) $y_{11}(s)$ ili $z_{22}(s)$ i (d) $z_{11}(s)$ ili $z_{22}(s)$.

Na sličan način, provodnost odvodne grane u kojoj se nalazi redno oscilatorno kolo je beskonačno velika na učestanosti njegovog pola (rezonantnoj učestanosti), te signal te učestanosti takođe ne prolazi na izlaz filtra jer u potpunosti biva odveden na zajedničku tačku 1'–2'. To znači da prilikom sinteze LC imitanse ljestvičastim mrežama u jednom koraku realizacije moramo obezbijediti pol ili nulu koja se podudara sa nulom transmisije, što u opštem slučaju nije automatski zadovoljeno.

Problem se rješava pomjeranjem nula parametra koji realizujemo postupkom *djelimičnog uklanjanja polova*. Pretpostavimo da realizujemo LC impedansu, npr. parametar $z_{11}(s)$ koji, između ostalih nula i polova, ima nulu u $s = 0$ i pol u $s = \infty$:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} z_{11}(s) = k_{\infty} s. \quad (5.36)$$

Reaktansa $x_{11}(\omega)$ ovog parametra je prikazanom na Slici 5.3.

Ako u potpunosti izdvojimo pol u beskonačnosti iz $z_{11}(s)$, preostala funkcija:

$$z_1(s) = z_{11}(s) - k_{\infty} s, \quad (5.37)$$

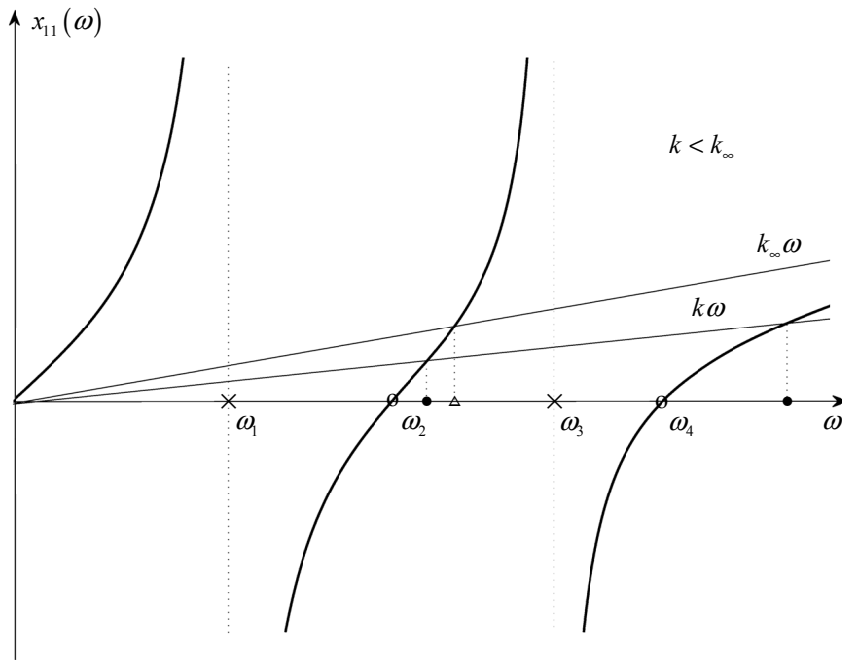
više nema pol za $s = \infty$. Istovremeno se nula ω_2 pomjera udesno u tačku označenu sa " Δ ", a nula ω_4 se pomjera u beskonačnost. Ako pol u beskonačnosti uklonimo samo djelimično, oduzimajući član ks , $k < k_{\infty}$ funkcija:

$$z_1(s) = z_{11}(s) - ks, \quad (5.38)$$

još uvijek ima pol u beskonačnosti sa reziduomom:

$$k_{\infty 1} = k_{\infty} - k > 0. \quad (5.39)$$

Nule ω_2 i ω_4 se pomjeraju udesno u lokacije označene sa " \bullet ". Nula u $\omega = 0$ i polovi ω_1 i ω_3 se ne pomjeraju.



Slika 5.3 Postupak djelimičnog uklanjanja pola u beskonačnosti.

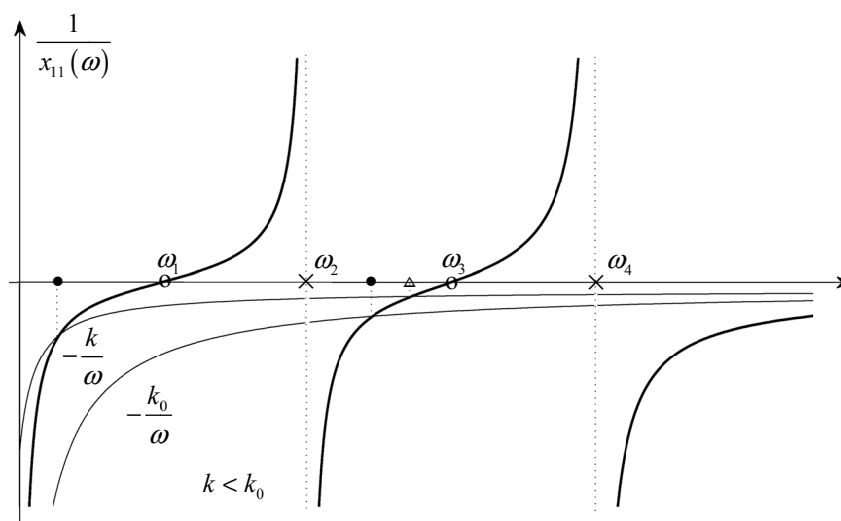
Na sličan način možemo vršiti djelimično uklanjanje pola u nuli. Posmatrajmo recipročnu vrijednost parametra $z_{11}(s)$, tako da se nule i polovi međusobno zamijene. Reaktansa $y_{11}(s) = \frac{1}{z_{11}(s)}$ ima pol u nuli:

$$\lim_{s \rightarrow 0} y_{11}(s) = \frac{k_0}{s}. \quad (5.40)$$

Ako u potpunosti uklonimo pol u nuli, preostala reaktansa:

$$y_1(s) = y_{11}(s) - \frac{k_0}{s}, \quad (5.41)$$

ima nulu u $\omega=0$, jer se nula ω_1 pomjera u ishodište, a nula ω_3 ulijevo u tačku označenu sa " Δ ".



Slika 5.4 Postupak djelimičnog uklanjanja pola u nuli.

Ako samo djelimično uklonimo pol u nuli, oduzimajući faktor $\frac{k}{s}$, pri čemu vrijedi da je $k < k_0$, admitansa koja preostane još uvijek ima pol u nuli sa reziduumom:

$$k_{01} = k_0 - k > 0, \quad (5.42)$$

dok se nule ω_1 i ω_3 pomjeraju ulijevo u tačke označene sa "•". Nula u beskonačnosti i polovi ω_2 i ω_4 se ne pomjeraju.

Slična razmatranja vrijede za djelimično uklanjanje pola na nekoj učestanosti konačne vrijednosti $0 < \omega_p < \infty$ (unutrašnji pol), ali se taj postupak rijetko koristi pri realizaciji LC filtara.

Primjetimo sljedeće:

1. Lokacije nula se mijenjaju pri potpunom ili djelimičnom uklanjanju polova;
2. Nule se nikad ne pomjeraju preko susjednog pola;
3. Vrijednosti za koje se nule pomjeraju zavise od izbora k , odnosno od toga u kom stepenu smo pol uklonili;
4. Što smo pol više uklonili, pomak nula je veći;
5. Pošto djelimično uklanjanje pola ne smanjuje red imitanse, u realizaciji nas to košta jedan dodatni element (L ili C) ako djelimično uklanjamo pol u nuli ili beskonačnosti, a ako se radi o unutrašnjem polu $0 < \omega_p < \infty$, onda dva dodatna elementa (L i C).

Sada je vidljivo da se postupak realizacije nula funkcije prenosa svodi na sljedeće. Djelimičnim uklanjanjem pola imitanse u nuli ili beskonačnosti, pomjeraju se nule imitanse dok se odabrana nula ne poklopi sa nulom transmisije ω_z . Preostala funkcija se onda invertuje i novonastali pol u ω_z se uklanja potpuno, što realizuje nulu transmisije za $\omega = \omega_z$. Da bi se to postiglo, odabrana nula transmisije mora da leži između nule imitanse koja se pomjera i pola koji se djelimično uklanja. Na primjer, pretpostavimo da realizujemo $z_{11}(s)$ sa polovima $s=0$ i $s=\infty$, te neka je nula transmisije ω_z . Ako nulu parametra $z_{11}(s)$ treba pomjeriti ka višim frekvencijama, onda djelimično uklanjamo pol $s=\infty$, tako da preostala funkcija ima nulu u $\omega = \omega_z$:

$$[z_{11}(s) - ks]_{s=j\omega_z} = 0 \Rightarrow k = \frac{z_{11}(\omega_z)}{j\omega_z}, \quad (5.43)$$

a ako nulu pomjeramo ka nižim frekvencijama, djelimično uklanjamo pol u $s=0$, tako da je:

$$\left[z_{11}(s) - \frac{k}{s} \right]_{s=j\omega_z} = 0 \Rightarrow k = j\omega_z z_{11}(\omega_z). \quad (5.44)$$

Ovaj proces realizuje imitansu koju smo odabrali za sintezu, recimo $z_{11}(s)$. Kako $z_{11}(s)$ i $z_{12}(s)$ pripadaju istom kolu i imaju iste polove, nazivnik od

$z_{12}(s)$ se realizuje korektno. Pošto smo u postupku realizacije $z_{11}(s)$ ugradili nule transmisije preko paralelnih oscilatornih kola u rednim granama i/ili rednih oscilatornih kola u odvodnim granama, na osnovu (5.18) je jasno da smo i nule parametra $z_{12}(s)$ realizovali korektno. Prema tome, brojnik parametra $z_{12}(s)$ smo na ovaj način realizovali unutar neke konstante proporcionalnosti K , koja se određuje naknadno iz već dobijene mreže, što ćemo pokazati u sljedećem primjeru.

Primjer 5.1:

Realizovati normalizovanu ljestvičastu LC mrežu koja će imati sljedeće y parametre:

$$y_{11}(s) = \frac{3s(s^2 + 7/3)}{(s^2 + 2)(s^2 + 5)},$$

$$y_{22}(s) = \frac{s(s^2 + 3)}{(s^2 + 2)(s^2 + 5)},$$

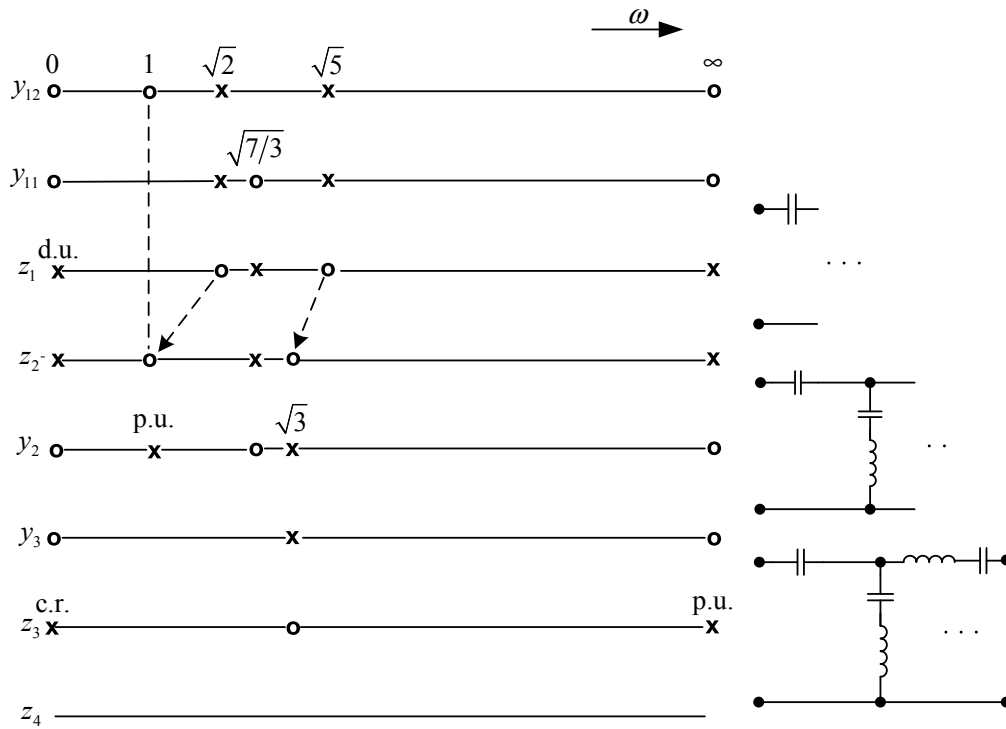
$$-y_{12}(s) = \frac{s(s^2 + 1)}{(s^2 + 2)(s^2 + 5)}.$$

Rješenje:

Odaberimo za sintezu parametar $y_{11}(s)$ i skicirajmo položaj nula i polova parametara $y_{12}(s)$ i $y_{11}(s)$. Postupak realizacije pratimo na Slici 5.5. Primjećujemo da parametar $y_{11}(s)$ nema polova u $s=0$ i $s=\infty$, kao ni polova ni nula koji se poklapaju sa nulom transmisije $s=j1$. Zato invertujemo $y_{11}(s)$, tako da dobijamo impedansu $z_1(s)$ koja ima polove $s=0$ i $s=\infty$:

$$z_1(s) = \frac{1}{y_{11}(s)} = \frac{(s^2 + 2)(s^2 + 5)}{3s(s^2 + 7/3)}. \quad (5.45)$$

Parametar $y_{12}(s)$ ima nulu za $s=j1$, pa djelimično uklanjamo pol u ishodištu kako bismo pomjerali nulu iz $\omega=\sqrt{2}$ u $\omega=1$:



Slika 5.5 Realizacija ljestvičaste LC mreže uklonjanjem polova:
 "d.u." – djelimično uklonjanje; "p.u." – potpuno uklonjanje.

$$k = sz_1(s) \Big|_{s=j1} = \frac{(s^2 + 2)(s^2 + 5)}{3s(s^2 + 7/3)} \Big|_{s=j1} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot \frac{4}{3}} = 1, \quad (5.46)$$

$$z_2(s) = z_1(s) - \frac{k}{s} = \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 3)}{3s(s^2 + 7/3)}, \quad (5.47)$$

što rezultuje kondenzatorom u rednoj grani kapacitivnosti:

$$C_1 = \frac{1}{k} = 1. \quad (5.48)$$

Djelimičnim uklanjanjem pola red impedanse nije smanjen, $z_2(s)$ je stepena četiri, jednako kao $z_1(s)$, ali ima nulu na $s = j1$, gdje je i nula transmisije. Istovremeno se druga nula sa lokacije $j\sqrt{5}$ pomjerila na novu lokaciju $j\sqrt{3}$. Odmah nakon djelimičnog uklanjanja pola neophodno je realizovati željenu nulu transmisije. To se postiže invertovanjem imitanse koja ima željenu nulu, pa potpunim uklanjanjem pola na učestanosti koja odgovara nuli transmisije:

$$y_2(s) = \frac{1}{z_2(s)} = \frac{3s(s^2 + 7/3)}{(s^2 + 1)(s^2 + 3)} = \frac{2s}{s^2 + 1} + \frac{s}{s^2 + 3}. \quad (5.49)$$

Oduzimanjem člana $\frac{2s}{s^2 + 1}$ iz (5.49) realizujemo redno oscilatorno kolo u odvodnoj grani:

$$\frac{2s}{s^2 + 1} = \frac{1}{\frac{s}{2} + \frac{1}{2s}} = \frac{1}{L_2 s + \frac{1}{C_2 s}} \Rightarrow L_2 = 0.5, C_2 = 2. \quad (5.50)$$

Još nam preostaje da realizujemo funkciju:

$$y_3(s) = y_2(s) - \frac{2s}{s^2 + 1} = \frac{s}{s^2 + 3} \quad (5.51)$$

i nule transmisije u $s = 0$ i $s = \infty$. Primjetimo da se nula $j\sqrt{7/3}$ izgubila pri potpunom uklanjanju pola u $s = j1$. Invertujemo $y_3(s)$:

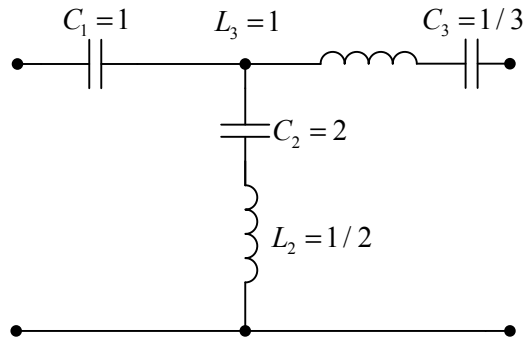
$$z_3(s) = \frac{1}{y_3(s)} = s + \frac{3}{s} = L_3 s + \frac{1}{C_3 s} \Rightarrow L_3 = 1, C_3 = \frac{1}{3}, \quad (5.52)$$

i potpuno uklonimo polove $z_3(s)$ u $s = 0$ i $s = \infty$.

Ostatak:

$$z_4(s) = z_3(s) - s - \frac{3}{s} = 0 \quad (5.53)$$

ukazuje da je postupak završen. Realizovana ljestvičasta LC mreža sa dva pristupa, kod koje je realizovani parametar $y_{11,r}(s)$ jednak zadatom $y_{11}(s)$ parametru je prikazana na Slici 5.6.



Slika 5.6 Realizovana ljestvičasta LC mreža sa parametrom $y_{11}(s)$.

Parametar $y_{12}(s)$ se realizuje unutar neke konstante proporcionalnosti K , tako da su realizovani parametar $y_{12,r}(s)$ i propisani parametar $y_{12}(s)$ vezani sljedećom relacijom:

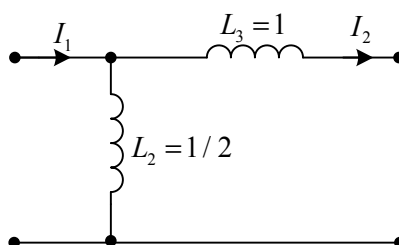
$$y_{12,r}(s) = Ky_{12}(s). \quad (5.54)$$

Budući da konstanta proporcionalnosti K , unutar koje se realizuje parametar ne zavisi od učestanosti, možemo je odrediti iz realizovane mreže na bilo kojoj učestanosti. Na primjer, za $\omega \rightarrow \infty$ realizovana mreža sa Slike 5.6 postaje jednaka mreži na Slici 5.7. Iz mreže na Slici 5.7 odredimo realizovani parametar $y_{12,r}(s)$:

$$y_{12,r}(s) = \frac{-1}{L_3 s} = \frac{-1}{s} \Big|_{s \rightarrow \infty}. \quad (5.55)$$

Konstantu proporcionalnosti K određujemo sada na osnovu (5.54):

$$-\frac{1}{s} = K \frac{-s(s^2 + 1)}{(s^2 + 2)(s^2 + 5)} \Big|_{s \rightarrow \infty} \Rightarrow K = \frac{(s^2 + 2)(s^2 + 5)}{s(s^2 + 1)} \Big|_{s \rightarrow \infty} = 1. \quad (5.56)$$

Slika 5.7 Mreža sa Slike 5.6 za $\omega \rightarrow \infty$.

□

To znači da su oba parametra, $y_{11}(s)$ i $y_{12}(s)$, realizovani korektno. Ako iz mreže na Slici 5.6 odredimo parametar $y_{22}(s)$ primjećujemo da je i ovaj parametar tačno realizovan, mada o njemu nismo ni vodili računa.

U nastavku ćemo se detaljnije pozabaviti realizacijom imitance mreže gledano sa suprotnog pristupa u odnosu na onu imitansu koju smo odabrali za realizaciju.

Označimo sa indeksom p propisane, a sa indeksom r realizovane vrijednosti parametara. Bader je 1943. godine pokazao da parametri ljestvičastih mreža kod kojih u toku realizacije, odmah nakon djelimičnog uklanjanja pola u nuli ili u beskonačnosti i realizovanja nule transmisije, slijedi kompletno uklanjanje tog pola, imaju sljedeće osobine. Parametri tako realizovane ljestvičaste LC mreže su neparne racionalne funkcije i imaju identične polove. Jedino u $s=0$ i $s=\infty$ mogu da se pojave polovi koje imaju samo neki od parametara, dok ih drugi nemaju. Rezipuanti realizovanih parametara su kompaktni jer zadovoljavaju sljedeću jednakost:

$$k_{11,r}k_{22,r} - k_{12,r}^2 = 0. \quad (5.57)$$

Ako smo za realizaciju odabrali imitansu sa indeksom "11", ona se realizuje bez greške, dok se imitansa sa indeksom "12" realizuje unutar konstante proporcionalnosti K , pa vrijedi da je:

$$k_{11,r} = k_{11,p}, \quad (5.58)$$

$$k_{12,r} = Kk_{12,p}. \quad (5.59)$$

Na osnovu (5.57-59) slijedi:

$$k_{11,p}k_{22,r} - K^2k_{12,p}^2 = 0. \quad (5.60)$$

Ako za rezidume propisanih parametara vrijedi da je:

$$k_{12,p}^2 = k_{11,p}k_{22,p}, \quad (5.61)$$

zaključujemo da se se parametar indeksom "22" realizuje unutar konstante proporcionalnosti K^2 :

$$k_{22,r} = K^2k_{22,p}. \quad (5.62)$$

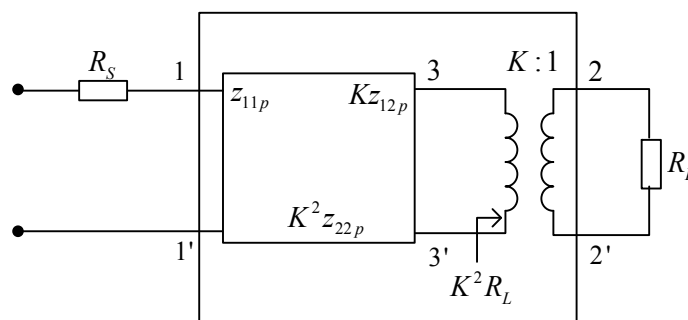
Posmatrajući izraz (5.18), koji ćemo ovdje ponoviti radi preglednosti:

$$H(s) = \frac{\sqrt{4R_s R_L} z_{12}(s)}{[z_{11}(s) + R_s][z_{22}(s) + R_L] - z_{12}^2(s)}, \quad (5.63)$$

vidimo da u slučaju $K \neq 1$ ovakva realizacija rezultuje pogrešnim polovima funkcije prenosa $H(s)$. Problem se rješava ubacivanjem idealnog transformatora kao na Slici 5.8, tako da ukupna mreža ima propisane parametre ili se, ukoliko postavljeni zahtjevi za filter to dopuštaju, R_L zamijeni sa $K^2 R_L$.

Slično razmatranje vrijedi za parametar sa indeksom "11", pri realizaciji parametra sa indeksom "22".

Proces sinteze filtera se znatno pojednostavljuje kad se radi o funkcijama prenosa koje imaju samo polove, kao što su Batervortovi, Beselovi ili Čebiševljevi filteri. U slučaju kada je brojnik prenosne imitanse $z_{12}(s)$ ili $y_{12}(s)$ polinom nultog reda (konstanta), sve nule transmisije se nalaze u beskonačnosti. Bilo koja LC imitansa odabrana za sintezu u beskonačnosti ima pol ili nulu. Pretpostavimo da imitansa ima pol u beskonačnosti. Ako imitansa ima nulu u beskonačnosti, prvo je invertujemo. Zatim slijedi potpuno uklanjanje ovog pola, čime realizujemo jednu od višestrukih nula transmisije u beskonačnosti. Pri tome se nula preostale imitanse pomjera u beskonačnost. Invertujemo sad preostalu imitansu i uklonimo potpuno rezultujući pol u beskonačnosti, realizujući tako drugu nulu transmisije i pomjerajući novu nulu

Slika 5.8 Realizacija parametra $z_{22}(s)$.

imitanse u beskonačnost. Postupak nastavljamo dok ne realizujemo sve nule transmisije u beskonačnosti, čime je realizacija završena. Ovaj postupak vodi kontinualnom razvoju oko $s = \infty$, što je zapravo Kauerov prvi metod realizacije LC imitansi.

Napomenimo da djelimično uklanjanje pola u beskonačnosti mora biti praćeno potpunim uklanjanjem istog pola, što onemogućava realizaciju inverznih Čebiševljevih i eliptičkih filtara parnog reda.

Primjer 5.2:

Realizovati Batervortov NP filter sa sljedećim zahtjevima: $f_p = 1000\text{Hz}$, $f_s = 2000\text{Hz}$, $R_p = 3\text{dB}$, $R_s = 12\text{dB}$, uz $R_s = R_L = 100\Omega$.

Rješenje:

Normalizacijom učestanosti graničnom učestanošću propusnog opsega NP filtra $\Omega_0 = 2\pi \cdot 1000\text{Hz}$ dobiju se normalizovane granične učestanosti propusnog i nepropusnog opsega: $\omega_p = 1$ i $\omega_s = 2$. Funkcija prenosa normalizovanog NP filtra se odredi pomoću MATLAB-a i ima sljedeći oblik:

$$H_{NPn}(s) = \frac{1.0380}{s^2 + 1.4409s + 1.0380}. \quad (5.64)$$

Frekvencijsku karakteristiku normalizovanog filtra dobijamo uvrštavanjem $s = j\omega$ u funkciju prenosa $H_{NPn}(s)$:

$$H_{NP}(j\omega) = \frac{1.0380}{-\omega^2 + 1.4409j\omega + 1.0380}. \quad (5.65)$$

Iz kvadrata modula amplitudne karakteristike:

$$|H_{NP}(j\omega)|^2 = H_{NPn}(s)H_{NPn}(-s)|_{s=j\omega} = \frac{1.0775}{\omega^4 + 1.0775}, \quad (5.66)$$

dobijamo kvadrat modula koeficijenta refleksije $|\rho(j\omega)|^2$:

$$|\rho(j\omega)|^2 = 1 - |H_{NP}(j\omega)|^2 = \frac{\omega^4}{\omega^4 + 1.0775}, \quad (5.67)$$

a nakon smjene $\omega = s/j$ imamo:

$$\rho(s)\rho(-s) = \frac{s^4}{s^4 + 1.0775}. \quad (5.68)$$

Faktorizacijom polinoma u brojniku i nazivniku prethodnog izraza, zadržavajući polove iz lijeve poluravni kompleksne s ravni, jer su to istovremeno polovi prenosne funkcije filtra, dobijamo koeficijent refleksije:

$$\rho(s) = \frac{s^2}{s^2 + 1.4409s + 1.0380}. \quad (5.69)$$

Iako unaprijed znamo da je polinom u nazivniku koeficijenta refleksije jednak polinomu u nazivniku funkcije prenosa, zbog numeričkih grešaka u izloženom postupku može doći do odstupanja u vrijednostima koeficijenata ta dva polinoma. Ako se to desi, poželjno je u daljnjem postupku uzeti da je polinom u nazivniku koeficijenta refleksije jednak polinomu u nazivniku funkcije prenosa.

Naredni korak u postupku realizacije je određivanje ulazne impedanse RLC mreže sa Slike 5.1 :

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{1-\rho(s)}{1+\rho(s)} = \frac{1.4409s+1.0380}{2s^2+1.4409s+1.0380} = \frac{m_1(s)+n_1(s)}{m_2(s)+n_2(s)}. \quad (5.70)$$

Napišimo ulaznu impedansu u obliku:

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{m_1(s)+n_1(s)}{m_2(s)+n_2(s)}, \quad (5.71)$$

tako da možemo izdvojiti $m_1(s)$ i $m_2(s)$ kao parne, te $n_1(s)$ i $n_2(s)$ kao neparne dijelove polinoma u brojniku i nazivniku:

$$m_1(s) = 1.0380, \quad (5.72)$$

$$n_1(s) = 1.4409s, \quad (5.73)$$

$$m_2(s) = 2s^2 + 1.0380, \quad (5.74)$$

$$n_2(s) = 1.4409s. \quad (5.75)$$

Uzimajući u obzir da je $N(s)$ paran polinom, te da je $R_{sn} = R_{Ln} = 1$, iz Tabele 5.1 određujemo parametre mreže sa dva pristupa:

$$\frac{z_{11}(s)}{R_s} = \frac{m_1(s)}{n_2(s)} = \frac{1.0380}{1.4409s}, \quad (5.76)$$

$$\frac{z_{22}(s)}{R_L} = \frac{m_2(s)}{n_2(s)} = \frac{2s^2 + 1.0380}{1.4409s}, \quad (5.77)$$

$$\frac{z_{12}(s)}{\sqrt{R_s R_L}} = \frac{N(s)}{n_2(s)} = \frac{1.0380}{1.4409s}, \quad (5.78)$$

$$y_{11}(s)R_s = \frac{m_2(s)}{n_1(s)} = \frac{2s^2 + 1.0380}{1.4409s}, \quad (5.79)$$

$$y_{22}(s)R_L = \frac{m_1(s)}{n_1(s)} = \frac{1.0380}{1.4409s}, \quad (5.80)$$

$$-y_{12}(s)\sqrt{R_s R_L} = \frac{N(s)}{n_1(s)} = \frac{1.0380}{1.4409s}. \quad (5.81)$$

Budući da imitansa čiju sintezu vršimo mora da predstavlja cijelu mrežu, za realizaciju biramo jedan od parametara sa najvišim stepenom, $y_{11}(s)$ ili $z_{22}(s)$. Realizacija parametra $y_{11}(s)$ podrazumijeva izgradnju mreže počevši od primarnih, a realizacija parametra $z_{22}(s)$ od sekundarnih krajeva mreže. Odaberimo za realizaciju parametar $y_{11}(s)$. Funkcija prenosa nema konačnih nula transmisije, pa se realizacija svodi na Kauerov I metod:

$$y_{11}(s)R_s = \frac{m_2(s)}{n_1(s)} = \frac{2s^2 + 1.0380}{1.4409s} = Y_1, \quad (5.82)$$

$$y_1(s) = y_2(s) + k_1s, \quad (5.83)$$

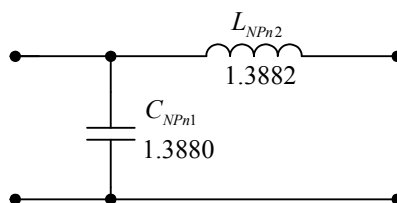
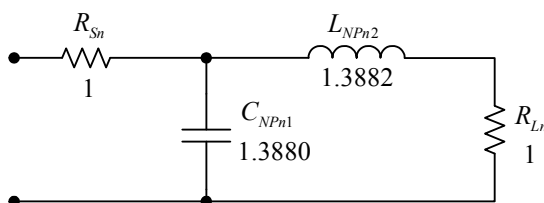
$$k_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{y_1(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{2s^2 + 1.0380}{1.4409s^2} = 1.3880 \Rightarrow C_{NPn1} = 1.3880, \quad (5.84)$$

$$y_2(s) = y_1(s) - k_1s = \frac{1.0380}{1.4409s}, \quad (5.85)$$

$$z_2(s) = \frac{1}{y_2(s)} = \frac{1.4409}{1.0380s} = L_2s \Rightarrow L_{NPn2} = 1.3882. \quad (5.86)$$

Na Slici 5.9 prikazana je realizovana ljestvičasta LC mreža sa dva pristupa.

Zatim je neophodno provjeriti da li su i preostali parametri ljestvičaste LC mreže dobro realizovani. Iz šeme na Slici 5.9, koja prikazuje ljestvičastu LC mrežu sa tačno realizovanim parametrom $y_{11}(s)$, odredi se vrijednost realizovanog normalizovanog parametra $y_{12,r}(s)$ na bilo kojoj učestanosti, recimo na učestanosti veoma bliskoj nuli na kojoj se kondenzator ponaša kao prekid. Tada se posmatrana mreža ponaša kao jedan redni kalem, te je realizovani parametar:

Slika 5.9 Realizovana ljestvičasta LC mreža sa parametrom $y_{11}(s)$.

Slika 5.10 Normalizovani Batervortov NP filter drugog reda.

$$-y_{12,r}(s)\sqrt{R_S R_L} = \frac{1}{L_{NPn2}s} = \frac{1}{1.3882s}, \quad (5.87)$$

jednak onome koji je trebalo realizovati:

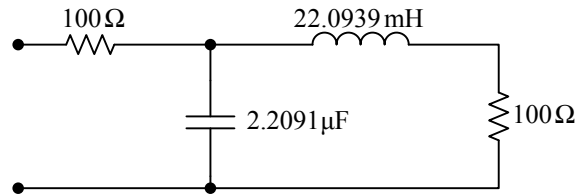
$$-y_{12}(s)\sqrt{R_S R_L} = \frac{1.0380}{1.4409s} = \frac{1}{1.3882s}. \quad (5.88)$$

Budući da je u ovom slučaju $K=1$ zaključujemo da je i parametar $y_{22}(s)$, koji se realizuje u okviru konstante K^2 , korektno realizovan.

Šema normalizovanog Batervortovog NP filtra drugog reda, pri čemu je normalizacija impedansi izvršena sa $R_0 = R_S = R_L$, prikazana je na Slici 5.10.

Stvarne vrijednosti elemenata filtra se dobiju nakon denormalizacije učestanosti sa $\Omega_0 = 2\pi \cdot 1000\text{Hz}$ i impedansi sa $R_0 = 100\Omega$, na osnovu relacija:

$$R = R_n R_0, \quad (5.89)$$



Slika 5.11 Batervortov NP filtra drugog reda.

$$L = L_n \frac{R_0}{\Omega_0}, \quad (5.90)$$

$$C = \frac{C_n}{\Omega_0 R_0}, \quad (5.91)$$

tako da je:

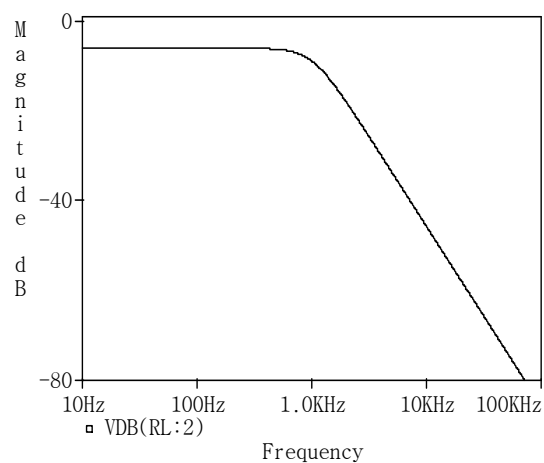
$$R_s = R_L = 100 \Omega, \quad (5.92)$$

$$C_{NP1} = 2.2091 \mu\text{F}, \quad (5.93)$$

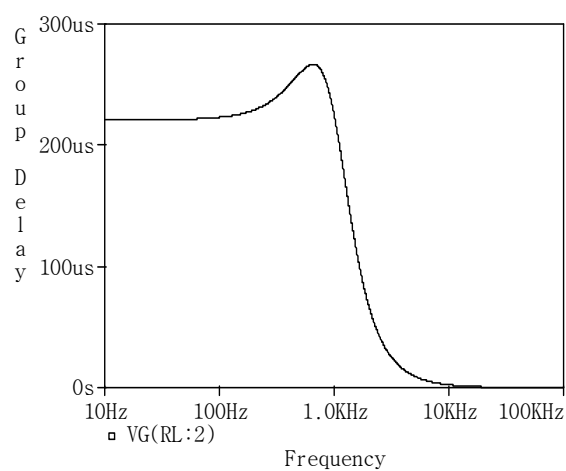
$$L_{NP2} = 22.0939 \text{ mH}. \quad (5.94)$$

Konačna šema Batervortovog NP filtra, koji zadovoljava postavljene zahtjeve, je prikazana na Slici 5.11.

Magnituda realizovanog filtra, dobijena simulacijom u PSpice-u, prikazana je na Slici 5.12. U poređenju sa željenom amplitudnom karakteristikom, amplitudna karakteristika realizovanog pasivnog filtra ima slabljenje uvećano za 6 dB, što je posljedica odabranog postupka realizacije, kojim se umjesto projektovane funkcije prenosa $H(s) = V_2(s)/V_s(s)$ realizuje funkcija prenosa $H(s) = \sqrt{4R_s/R_L} V_2(s)/V_s(s)$. Ovo dodatno slabljenje ne predstavlja problem jer je konstantno za sve frekvencije. Grupno kašnjenje je prikazano na Slici



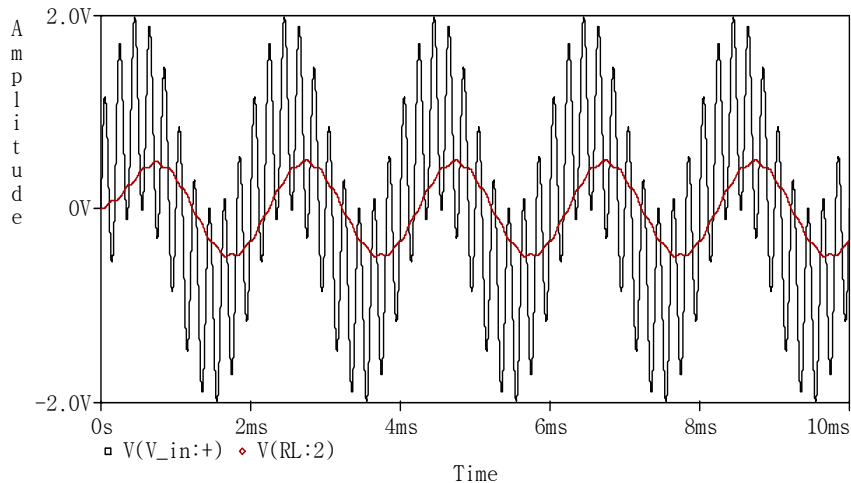
Slika 5.12 Amplitudna karakteristika Batervortovog NP filtra drugog reda.



Slika 5.13 Grupno kašnjenje Batervortovog NP filtra drugog reda.

5.13, odakle se vidi da je kašnjenje signala iz propusnog opsega približno $220\text{--}270\mu\text{s}$.

Na Slici 5.14 prikazani su vremenski oblici signala na ulazu i izlazu filtra, ako je na ulaz filtra doveden složenoperiodični signal koji se sastoji od dva



Slika 5.14 Vremenski oblici signala na ulazu filtra (crno) i izlazu filtra (crveno).

harmonika. Učestanost prvog harmonika je 500Hz , a amplituda 1V , dok je učestanost drugog harmonika 5000Hz i amplituda 0.5V . Nakon završetka prelaznog procesa, komponenta signala učestanosti $f = 500\text{Hz}$ oslabi približno dva puta, što odgovara slabljenju od 6dB koje se može očitati sa amplitudne karakteristike za ovu učestanost. Komponenta signala učestanosti $f = 5000\text{Hz}$ je skoro u potpunosti potisnuta. Takođe se može primjetiti kašnjenje signala učestanosti $f = 500\text{Hz}$ na izlazu filtra, koje iznosi približno $250\mu\text{s}$.

□

Primjer 5.3:

Poznata je funkcija prenosa normalizovanog NP Batervortovog filtra petog reda sa 3dB slabljenjem na graničnoj učestanosti propusnog opsega $\omega_0 = 1$:

$$H(s) = \frac{1}{s^5 + 3.2361s^4 + 5.2361s^3 + 5.2361s^2 + 3.2361s + 1}.$$

Realizovati Batervortov filtar petog reda sa maksimalnim dozvoljenim slabljenjem od 3dB u propusnom osegu, ako je granična frekvencija propusnog opsega $F_0 = 1591.55 \text{ Hz}$ i $R_S = R_L = 50 \Omega$.

Rješenje:

Za 3dB Batervortov filtar petog reda je valovitost $\varepsilon = 1$, pa je kvadrat amplitudne karakteristike na osnovu (8.54) jednak:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^{10}} \cdot |H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^{10}}. \quad (5.95)$$

Odredimo prvo $|\rho(\omega)|^2$ na osnovu (5.13) i (5.95):

$$|\rho(\omega)|^2 = 1 - |H(\omega)|^2 = \frac{\omega^{10}}{1 + \omega^{10}}. \quad (5.96)$$

Smjenom $\omega = s/j$ i faktorizacijom polinoma u brojniku i nazivniku u izrazu (5.96), zadržavajući polove iz lijeve poluravni kompleksne s ravni, jer su to istovremeno polovi funkcije prenosa filtra, dobijamo koeficijent refleksije:

$$\rho(s)\rho(-s) = \frac{s^5}{s^5 + 1}, \quad (5.97)$$

$$\rho(s) = \frac{s^5}{s^5 + 3.2361s^4 + 5.2361s^3 + 5.2361s^2 + 3.2361s + 1}. \quad (5.98)$$

Neophodno je napomenuti da numerički postupak faktorizacije neće uvijek, zbog računanja sa konačnim brojem cifara, dovesti do polinoma u nazivniku koeficijenta refleksije koji je jednak polinomu u nazivniku prenosne funkcije. Zato je bolje jednostavno izjednačiti polinom u nazivniku koeficijenta refleksije sa polinomom u nazivniku funkcije prenosa.

Naredni korak u postupku realizacije je određivanje ulazne impedanse:

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{1 - \rho(s)}{1 + \rho(s)}, \quad (5.99)$$

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_s} = \frac{3.2361(s^4 + s) + 5.2361(s^3 + s^2) + 1}{2s^5 + 3.2361s^4 + 5.2361s^3 + 5.2361s^2 + 3.2361s + 1} = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2}. \quad (5.100)$$

Parni i neparni polinomi brojnika i nazivnika (5.100) su:

$$m_1(s) = 3.2361s^4 + 5.2361s^2 + 1, \quad (5.101)$$

$$n_1(s) = 3.2361s + 5.2361s^3, \quad (5.102)$$

$$m_2(s) = 3.2361s^4 + 5.2361s^2 + 1, \quad (5.103)$$

$$n_2(s) = 2s^5 + 5.2361s^3 + 3.2361s. \quad (5.104)$$

Budući da je $N(s) = 1$ paran polinom, na osnovu izraza datih u Tabeli 5.1 dobijamo \mathbf{z} i \mathbf{y} parametre:

$$\frac{z_{11}(s)}{R_s} = \frac{m_1(s)}{n_2(s)} = \frac{3.2361s^4 + 5.2361s^2 + 1}{2s^5 + 5.2361s^3 + 3.2361s}, \quad (5.105)$$

$$\frac{z_{22}(s)}{R_L} = \frac{m_2(s)}{n_2(s)} = \frac{3.2361s^4 + 5.2361s^2 + 1}{2s^5 + 5.2361s^3 + 3.2361s}, \quad (5.106)$$

$$\frac{z_{12}(s)}{\sqrt{R_s R_L}} = \frac{N(s)}{n_2(s)} = \frac{1}{2s^5 + 5.2361s^3 + 3.2361s}, \quad (5.107)$$

$$y_{11}(s)R_s = \frac{m_2(s)}{n_1(s)} = \frac{3.2361s^4 + 5.2361s^2 + 1}{3.2361s + 5.2361s^3}, \quad (5.108)$$

$$y_{22}(s)R_L = \frac{m_1(s)}{n_1(s)} = \frac{3.2361s^4 + 5.2361s^2 + 1}{3.2361s + 5.2361s^3}, \quad (5.109)$$

$$-y_{12}(s)\sqrt{R_s R_L} = \frac{N(s)}{n_1(s)} = \frac{1}{3.2361s + 5.2361s^3}. \quad (5.110)$$

Parametri \mathbf{z} su višeg reda od \mathbf{y} parametara, pa za realizaciju biramo parametar $z_{11}(s)$. Parametar $z_{11}(s)$ nema pol u bekonačnosti, pa ga prvo invertujemo:

$$y_1(s) = \frac{1}{z_{11}(s)} = \frac{2s^5 + 5.2361s^3 + 3.2361s}{3.2361s^4 + 5.2361s^2 + 1}. \quad (5.111)$$

Razvojem na verižne razlomke oko beskonačnosti (Kauerov prvi metod) dobijamo:

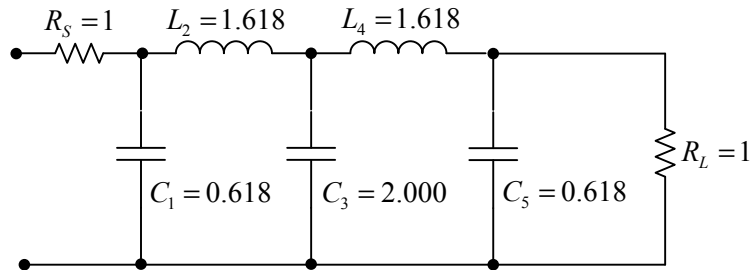
$$y_1(s) = 0.6180 + \frac{1}{1.6180s + \frac{1}{2.0000s + \frac{1}{1.6180s + \frac{1}{0.6180s}}}}. \quad (5.112)$$

Vrijednosti elemenata ljestvičaste LC mreže koja ima Kauerovu prvu formu su: $C_1 = C_5 = 0.618$, $L_2 = L_4 = 1.618$ i $C_3 = 2.000$. Normalizovani NP Batervortov filter petog reda prikazan je na Slici 5.15.

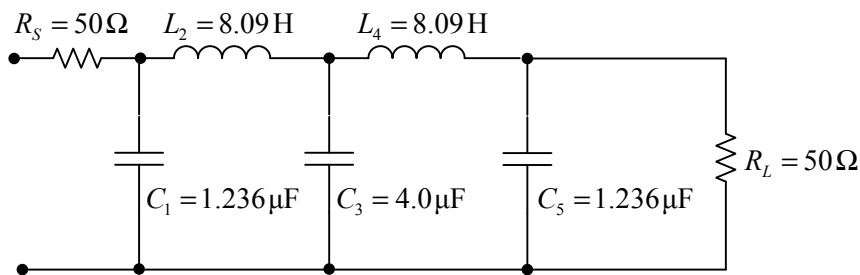
Postupkom denormalizacije izračunavamo stvarne vrijednosti elemenata specificiranog filtra. Denormalizacija se vrši sa $\Omega_0 = 2\pi F_0 = 10\text{k rad/s}$ i $R_0 = 50\Omega$ na osnovu relacija (indeks n se odnosi na normalizovane vrijednosti):

$$R = R_n R_0, \quad (5.113)$$

$$L = \frac{L_n R_0}{\Omega_0}, \quad (5.114)$$



Slika 5.15 Normalizovani NP Batervortov filter petog reda sa 3dB slabljenjem u propusnom opsegu.



Slika 5.16 NP Batervortov filter petog reda sa 3dB slabljenjem u propusnom opsegu do 1591.55Hz.

$$C = \frac{C_n}{R_0 \Omega_0}, \quad (5.115)$$

Nakon denormalizacije dobijamo šemu NP Batervortovog filtra petog reda sa 3dB slabljenjem u propusnom opsegu do 1591.55Hz, prikazanu na Slici 5.16. Primjetimo da vrijednosti elemenata, posebno velike induktivnosti kalemova, nisu pogodne za praktičnu realizaciju. Problem se rješava aktivnim komponentama, o čemu će više riječi biti u Glavi 6.

□

Primjer 5.4:

U vidu pasivne ljestvičaste LC mreže realizovati eliptički filter kod koga su granične frekvencije propusnog i nepropusnog opsega $f_p = 500\text{Hz}$ i $f_s = 1000\text{Hz}$, a dozvoljeno slabljenje u propusnom i minimalno slabljenje u nepropusnom opsegu $R_p = 3\text{dB}$ i $R_s = 30\text{dB}$, respektivno. Neka je $R_s = R_L = 100\Omega$.

Rješenje:

Postavljene zahtjeve zadovoljava eliptički filter trećeg reda. Funkcija prenosa normalizovanog eliptičkog NP filtra trećeg reda je data sa:

$$H_{NPn}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{0.1188s^2 + 0.3135}{s^3 + 0.5870s^2 + 0.9710s + 0.3135}. \quad (5.116)$$

Pri tome je izvršena normalizacija učestanosti graničnom učestanošću propusnog opsega NP filtra $\Omega_0 = 2\pi \cdot 500\text{Hz}$, tako da su dobijene normalizovane učestanosti propusnog i nepropusnog opsega: $\omega_p = 1$ i $\omega_s = 2$.

Frekvencijska karakteristika ovog filtra je oblika:

$$H_{NP}(j\omega) = \frac{-0.1188\omega^2 + 0.3135}{j\omega^3 - 0.5870\omega^2 + 0.9710 \cdot j\omega + 0.3135}, \quad (5.117)$$

a kvadrat modula amplitudne karakteristike:

$$\begin{aligned} |H_{NP}(j\omega)|^2 &= H_{NPn}(s)H_{NPn}(-s)|_{s=j\omega} = \\ &= \frac{-0.0141\omega^4 + 0.0745\omega^2 - 0.0983}{-\omega^6 + 1.5974\omega^4 - 0.5747\omega^2 - 0.0983}. \end{aligned} \quad (5.118)$$

Koeficijent refleksije se određuje na sljedeći način:

$$|\rho(j\omega)|^2 = 1 - |H_{NP}(j\omega)|^2 = \frac{-\omega^6 + 1.6115\omega^4 - 0.6493\omega^2}{-\omega^6 + 1.5974\omega^4 - 0.5747\omega^2 - 0.0983}, \quad (5.119)$$

$$\rho(s) = \frac{s^3 + 0.8058s}{s^3 + 0.5870s^2 + 0.9710s + 0.3135}. \quad (5.120)$$

Normalizovana ulazna impedansa mreže je:

$$\frac{Z_{ul}(s)}{R_S} = \frac{1 - \rho(s)}{1 + \rho(s)} = \frac{0.5870s^2 + 0.1652s + 0.3135}{2s^3 + 0.5870s^2 + 1.7768s + 0.3135} = \frac{m_1(s) + n_1(s)}{m_2(s) + n_2(s)}. \quad (5.121)$$

Nakon izdvajanja parnih i neparnih polinoma u brojniku i nazivniku normalizovane ulazne impedanse:

$$m_1(s) = 0.5870s^2 + 0.3135, \quad (5.122)$$

$$n_1(s) = 0.1652s, \quad (5.123)$$

$$m_2(s) = 0.5870s^2 + 0.3135, \quad (5.124)$$

$$n_2(s) = 2s^3 + 1.7768s, \quad (5.125)$$

uzimajući u obzir da je $N(s)$ paran polinom, za parametre mreže sa dva pristupa se dobijaju sljedeći izrazi:

$$\frac{z_{11}(s)}{R_S} = \frac{m_1(s)}{n_2(s)} = \frac{0.5870s^2 + 0.3135}{2s^3 + 1.7768s}, \quad (5.126)$$

$$\frac{z_{22}(s)}{R_L} = \frac{m_2(s)}{n_2(s)} = \frac{0.5870s^2 + 0.3135}{2s^3 + 1.7768s}, \quad (5.127)$$

$$\frac{z_{12}(s)}{\sqrt{R_S R_L}} = \frac{N(s)}{n_2(s)} = \frac{0.1188s^2 + 0.3135}{2s^3 + 1.7768s}, \quad (5.128)$$

$$y_{11}(s)R_S = \frac{m_2(s)}{n_1(s)} = \frac{0.5870s^2 + 0.3135}{0.1652s}, \quad (5.129)$$

$$y_{22}(s)R_L = \frac{m_1(s)}{n_1(s)} = \frac{0.5870s^2 + 0.3135}{0.1652s}, \quad (5.130)$$

$$-y_{12}(s)\sqrt{R_s R_L} = \frac{N(s)}{n_1(s)} = \frac{0.1188s^2 + 0.3135}{0.1652s}. \quad (5.131)$$

Za realizaciju biramo jedan od parametara sa najvišim stepenom, npr.

$$\frac{z_{11}(s)}{R_s} = \frac{m_1(s)}{n_2(s)} = \frac{0.5870s^2 + 0.3135}{2s^3 + 1.7768s}. \quad (5.132)$$

Funkcija prenosa ima nulu transmisije, što se jasno vidi ako se napiše kao:

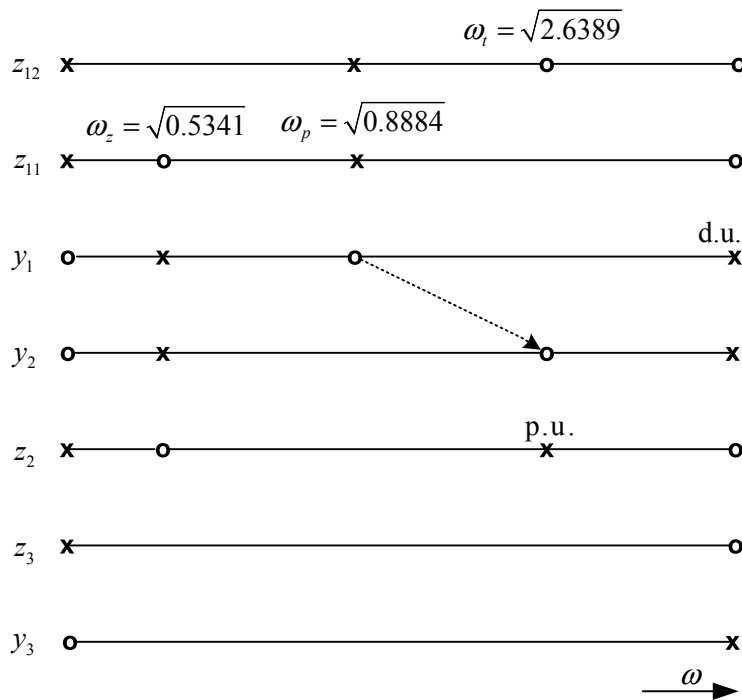
$$H_{NPn}(s) = \frac{0.1188(s^2 + 2.6389)}{s^3 + 0.587s^2 + 0.971s + 0.3135}, \quad (5.133)$$

te je neophodno voditi računa da se u postupku realizacije odabranog parametra, u jednom trenutku, postupkom djelimičnog uklanjanja pola u nuli ili beskonačnosti, nula parametra koji se realizuje poklopi sa nulom transmisije. Odmah nakon toga, u sljedećem koraku, mora da slijedi potpuno uklanjanje pola na toj učestanosti. Zbog ovoga se pri realizaciji odabranog parametra $z_{11}(s)$ prati i položaj nula parametra $z_{12}(s)$ koje su identične nulama transmisije:

$$\frac{z_{12}(s)}{\sqrt{R_s R_L}} = \frac{N(s)}{n_2(s)} = \frac{0.1188(s^2 + 2.6389)}{2s^3 + 1.7768s}. \quad (5.134)$$

Na Slici 5.17 je ilustrovan postupak realizacije. Funkcija prenosa željenog filtra ima nulu transmisije na učestanosti $\omega_z = \sqrt{2.6389}$. Parametar $z_{11}(s)/R_s$ nema ni nulu ni pol na toj učestanosti. Postupak djelimičnog uklanjanja polova ne možemo direktno primijeniti, jer se nula parametra koja je na učestanosti $\omega_z = \sqrt{0.5341}$ ne može pomjeriti preko njegovog pola u $\omega_p = \sqrt{0.8884}$ da bi se poklopila sa nulom transmisije. Stoga invertujemo polaznu impedansu tako da dobijemo:

$$y_1(s) = \frac{R_s}{z_{11}(s)} = \frac{2s^3 + 1.7768s}{0.5870s^2 + 0.3135} = \frac{2s(s^2 + 0.8884)}{0.5870(s^2 + 0.5341)}, \quad (5.135)$$



Slika 5.17 Realizacija ljestvičaste LC mreže uklanjanjem polova:
 "d.u." – djelimično uklanjanje; "p.u." – potpuno uklanjanje.

da bismo, nakon toga, djelimičnim uklanjanjem pola u beskonačnosti:

$$y_1(s) = y_2(s) + k_1 s, \quad (5.136)$$

$$k_1 = \lim_{s^2 \rightarrow -2.6389} \frac{y_1(s)}{s} = \lim_{s^2 \rightarrow -2.6389} \frac{2s(s^2 + 0.8884)}{0.587(s^2 + 0.5341)} = 2.8336, \quad (5.137)$$

$$C_{NPn1} = 2.8336, \quad (5.138)$$

pomjerali nulu $y_1(s)$ tako da se ona poklopi sa nulom transmisije. Ovo djelimično uklanjanje pola rezultuje odvodnim kondenzatorom C_{NPn1} u strukturi mreže, kao na Slici 5.18. Nakon invertovanja preostalog dijela admitanse:

$$\begin{aligned}
 y_2(s) &= y_1(s) - k_1 \cdot s = \frac{2s(s^2 + 0.8885)}{0.5870(s^2 + 0.5341)} - 2.8336s = \\
 &= \frac{0.3367s^3 + 0.8885}{0.5870(s^2 + 0.5341)} = \frac{0.3367s(s^2 + 2.6389)}{0.5870(s^2 + 0.5341)}, \quad (5.139)
 \end{aligned}$$

$$z_2(s) = \frac{1}{y_2(s)} = \frac{0.5870(s^2 + 0.5341)}{0.3367s(s^2 + 2.6389)}, \quad (5.140)$$

neophodno je u potpunosti ukloniti pol koji se nalazi na mjestu nule transmisije $\omega_l = \sqrt{2.6389}$:

$$z_2(s) = \frac{k_2 s}{s^2 + 2.6389} + z_3(s), \quad (5.141)$$

$$k_2 = \lim_{s^2 \rightarrow -2.6389} \frac{s^2 + 2.6389}{s} z_2(s), \quad (5.142)$$

$$k_2 = \lim_{s^2 \rightarrow -2.6389} \frac{0.5870(s^2 + 0.5341)}{0.3368s(s^2 + 2.6389)} \cdot \frac{s^2 + 2.6389}{s} = 1.3906. \quad (5.143)$$

U strukturi mreže na Slici 5.18 dobijamo paralelno oscilatorno kolo (C_{NPn2}, L_{NPn2}) u rednoj grani:

$$\frac{k_2 s}{s^2 + 2.6389} = \frac{1}{\frac{1}{k_2} s + \frac{1}{\frac{k_2}{2.6389} s}}, \quad (5.144)$$

$$C_{NPn2} = \frac{1}{k_2} = 0.7191, \quad (5.145)$$

$$L_{NPn2} = \frac{k_2}{2.6389} = 0.5270, \quad (5.146)$$

koje potpuno zaustavi prolaz signala čija je učestanost jednaka antirezonantnoj učestanosti $\omega_l' = 1/\sqrt{C_{NPn2}L_{NPn2}} = \sqrt{2.6388}$ ovog oscilatornog kola, jer je tada njegova impedansa beskonačno velika. Na ovaj način se realizuje nula

transmisije na učestanosti koja je veoma bliska zadatoj $\omega_t = \sqrt{2.6389}$ (odstupanja su posljedica rada sa konačnim brojem cifara).

Preostala impedansa:

$$z_3(s) = z_2(s) - \frac{k_2 s}{s^2 + 2.6389} = \frac{0.1188}{0.3367s}, \quad (5.147)$$

se invertuje:

$$y_3(s) = \frac{1}{z_3(s)} = \frac{0.3367s}{0.1188}, \quad (5.148)$$

te se i posljednja nula transmisije u beskonačnosti realizuje potpunim uklanjanjem pola admitanse $y_3(s)$ u beskonačnosti:

$$y_3(s) = y_4(s) + k_3 s, \quad (5.149)$$

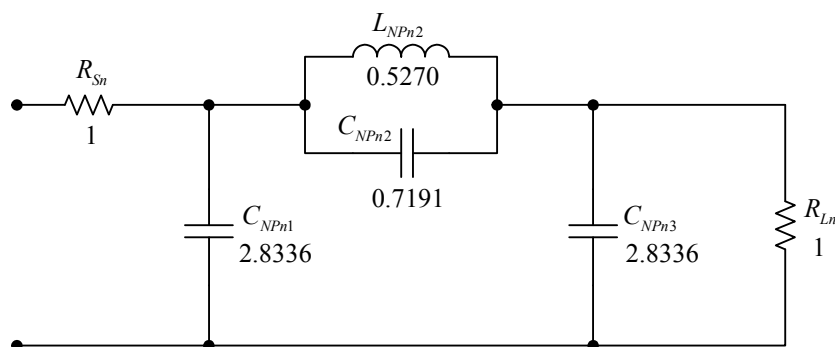
$$k_3 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{Y_3(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{0.3367s}{0.1188s} = 2.8342, \quad (5.150)$$

$$C_{NPn3} = 2.8342. \quad (5.151)$$

Tako se dobije kondenzatorr C_{NPn3} u odvodnoj grani. Numeričke greške koje nastaju u postupku realizacije mreže dovode do vrijednosti kondenzatora C_{NPn3} koja je različita od vrijednosti kondenzatora C_{NPn1} , te dobijena mreža nije simetrična, iako jednakost parametara mreže $z_{11}(s) = z_{22}(s)$ upućuje na to da se radi o simetričnoj mreži. Zbog toga je opravdano usvojiti da vrijednost kondenzatora C_{NPn3} bude jednaka vrijednosti kondenzatora $C_{NPn1} = 2.8336$.

Normalizovani eliptički NP filter koji zadovoljava postavljene zahtjeve prikazan je na Slici 5.18.

Kako bismo odredili konstantu K unutar koje se realizuje parametar $y_{12}(s)$ posmatrajmo mrežu sa Slike 5.18 na nekoj učestanosti bliskoj nuli, kada možemo smatrati da su impedanse kondenzatora beskonačno velike. Vrijednost realizovanog normalizovanog parametra takve mreže iznosi:



Slika 5.18 Normalizovani eliptički NP filter trećeg reda.

$$-y_{12,r}(s)\sqrt{R_S R_L} = \frac{1}{L_{NPn2}s} = \frac{1}{0.5270s}, \quad (5.152)$$

dok je vrijednost parametra $y_{12}(s)$ koju je trebalo realizovati jednaka:

$$-y_{12}(s)\sqrt{R_S R_L} = \frac{0.1188(s^2 + 2.6389)}{0.1652s} = \frac{0.1188s}{0.1652} + \frac{0.3135}{0.1652s}, \quad (5.153)$$

što na niskim učestanostima ima oblik:

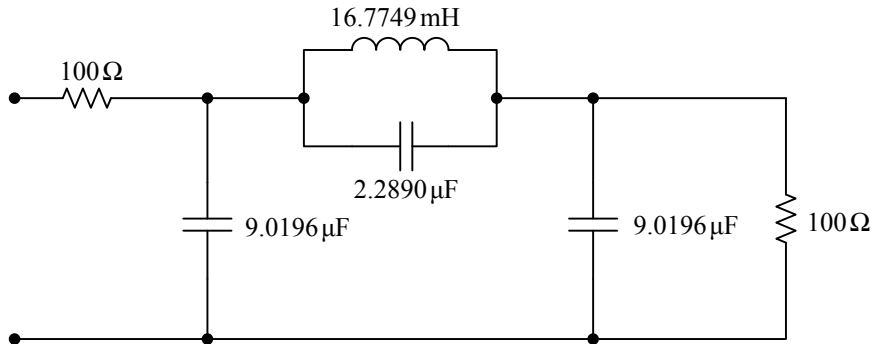
$$-y_{12}(s)\sqrt{R_S R_L} = \frac{0.3135}{0.1652s} = \frac{1}{0.5270s}. \quad (5.154)$$

Iz (5.152) i (5.154) zaključujemo da je parametar $y_{12}(s)$ realizovan u okviru konstante $K=1$, te je stoga i parametar $y_{22}(s)$ korektno realizovan.

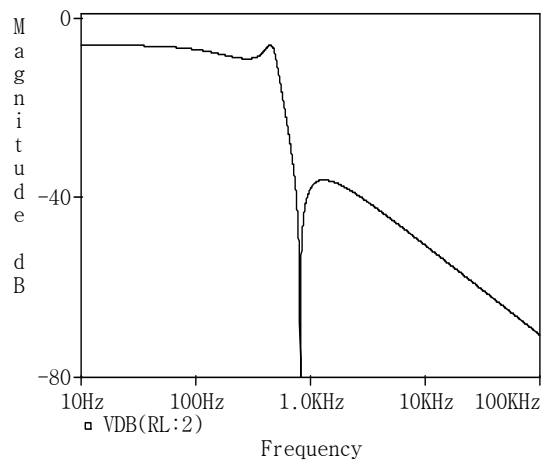
Stvarne vrijednosti elemenata specificiranog filtra se dobiju postupkom denormalizacije sa $\Omega_0 = 2\pi \cdot 500 \text{ rad/s}$ i $R_0 = 100 \Omega$ na osnovu relacija:

$$R = R_n R_0, \quad (5.155)$$

$$L = \frac{L_n R_0}{\Omega_0}, \quad (5.156)$$



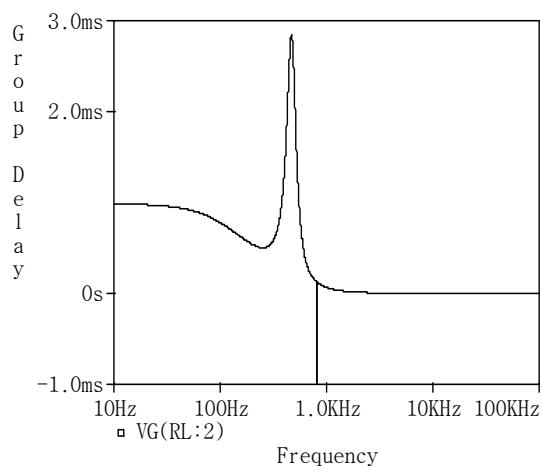
Slika 5.19 Eliptički NP filter trećeg reda.



Slika 5.20 Magnituda eliptičkog NP filtra trećeg reda.

$$C = \frac{C_n}{R_0 \Omega_0} \quad (5.157)$$

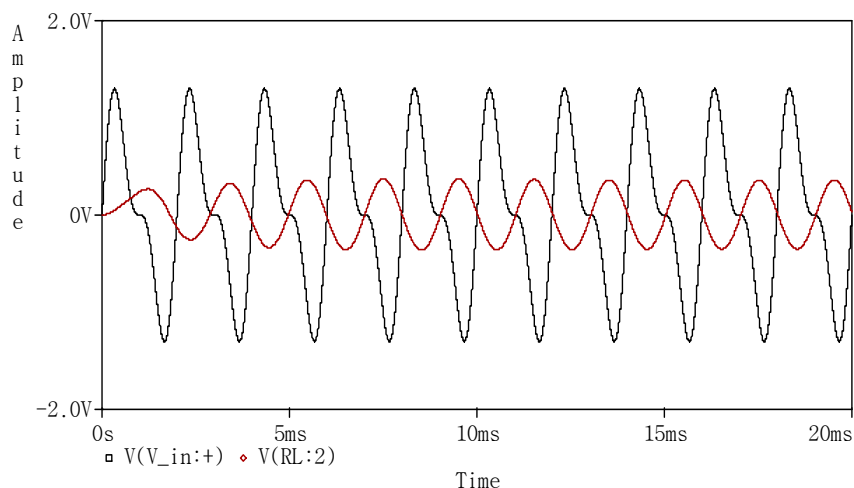
Tražene vrijednosti elemenata filtra su: $R_S = R_L = 100\Omega$, $C_{NP1} = C_{NP3} = 9.0196\mu\text{F}$, $C_{NP2} = 2.2890\mu\text{F}$, $L_{NP2} = 16.7749\text{mH}$. Eliptički NP filter trećeg reda, koji zadovoljava postavljene zahtjeve, prikazan je na Slici 5.19.



Slika 5.21 Grupno kašnjenje eliptičkog NP filtra trećeg reda.

Magnituda realizovanog filtra prikazana je na Slici 5.20. Slabljenje je uvećano za 6dB, kao kod svih pasivnih filtara koji se realizuju Darlingtonovom procedurom u vidu ljestvičastih LC mreža. Grupno kašnjenje prikazano na Slici 5.21 ima izražen pik, što dovodi do izobličenja signala, ako on u sebi sadrži komponente čije su učestanosti bliske granici propusnog opsega.

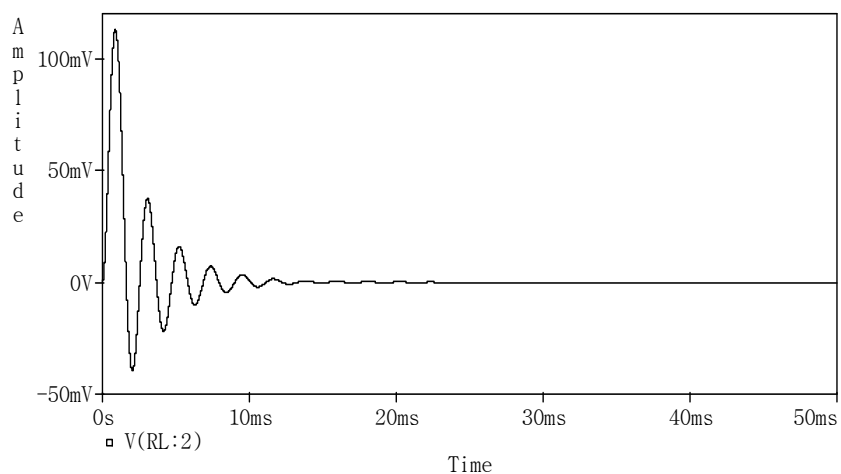
Prilikom simulacije rada filtra u vremenskom domenu na ulaz filtra doveden je složenoperiodični signal sastavljen od dvije prostoperiodične komponente sa granica propusnog i nepropusnog opsega. Prva komponenta signala se pojavljuje na učestanosti $f = 500\text{Hz}$ i ima amplitudu 1V, dok je učestanost druge komponente signala $f = 1000\text{Hz}$, a amplituda 0,5V. Vremenski oblici signala na ulazu i izlazu filtra prikazani su na Slici 5.22. Nakon završetka prelaznog procesa, vidi se da filter komponentu signala učestanosti $f = 500\text{Hz}$ oslabi na približno 355mV, što odgovara slabljenju od oko 9dB. Komponenta signala učestanosti $f = 1000\text{Hz}$ je skoro u potpunosti prigušena, jer njeno slabljenje iznosi oko 38dB.



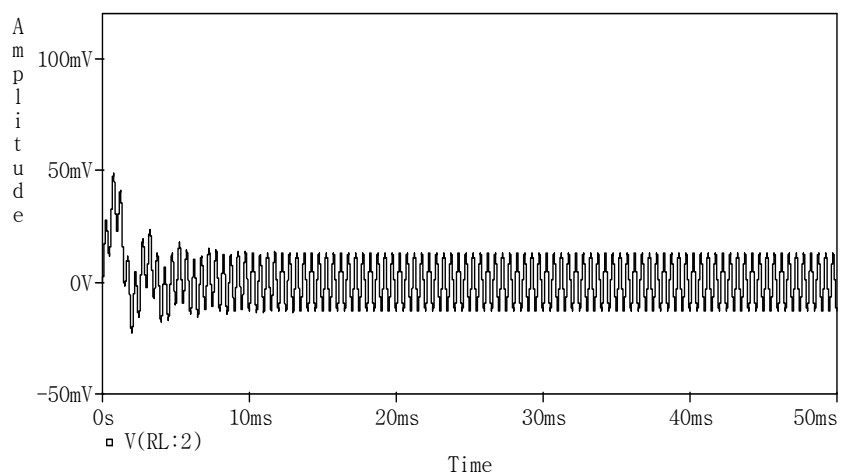
Slika 5.22 Vremenski oblici signala na ulazu filtra (crno) i izlazu filtra (crveno).

Kašnjenje signala učestanosti $f = 500\text{Hz}$ na izlazu filtra iznosi oko 1ms . Ovo fazno kašnjenje signala određene učestanosti pri prolasku kroz filter, u slučajevima kad fazna karakteristika nije linearna u okoline te učestanosti, nije jednako grupnom kašnjenju za tu učestanost, koje u ovom slučaju iznosi približno 2.2ms . Veza između vremenskog pomaka pojedinačnih komponenti signala na izlazu filtra u odnosu na ulazni signal (faznog kašnjenja) i grupnog kašnjenja zavisi od oblika krive grupnog kašnjenja, odnosno fazne karakteristike.

Ako se na ulaz filtra dovede signal čija učestanost odgovara nuli transmisije $f = 812.2\text{Hz}$, izlaz filtra će, nakon završetka prelaznog procesa, biti jednak nuli, kao što se vidi sa Slike 5.23. Signali iz nepropusnog opsega su jako oslabljeni, ali ne i jednaki nuli, kao npr. signal od $f = 2\text{kHz}$ (Slika 5.24).



Slika 5.23 Vremenski oblik izlaznog signala kad je učestanost ulaznog signala jednaka nuli transmisijske 812.2Hz i amplituda 1V .



Slika 5.24 Vremenski oblik izlaznog signala kad je učestanost ulaznog signala 2kHz (nepropusni opseg, slabljenje 37,7dB) i amplituda 1V .

□

5.3 Realizacija funkcija prenosa VP, PO i NPO filtera

Pretpostavimo da smo realizovali NP prototip čiju smo funkciju prenosa dobili iz karakteristike željenog filtra uz pomoć frekvencijskih transformacija. Označimo učestanost NP filtra sa \bar{s} , a elemente njemu odgovarajuće LC mreže sa L_{NP} i C_{NP} . Sa s označimo učestanost željenog filtra. Koristeći frekvencijske transformacije, električnu šemu NP prototipa prevodimo u normalizovani filter zadanog tipa i na kraju uradimo denormalizaciju da dobijemo filter sa željenim frekvencijskim karakteristikama.

5.3.1 Realizacija VP filtra

Ako je željeni filter VP, na osnovu frekvencijske transformacije:

$$\bar{s} = \frac{1}{s}, \quad (5.158)$$

dobijamo način kako da transformišemo elemente kola tako da električnu šemu NP filtra prevedemo u električnu šemu VP filtra. Impedansa kalema se transformiše na sljedeći način:

$$\bar{s}L_{NP} \rightarrow \frac{1}{s}L_{NP} = \frac{1}{sC_{VP}}, \quad (5.159)$$

što znači da svaki kalem induktivnosti L_{NP} treba zamijeniti kondenzatorom kapacitivnosti:

$$C_{VP} = \frac{1}{L_{NP}}. \quad (5.160)$$

Admitansa kondenzatora se transformiše u admitansu kalema:

$$\bar{s}C_{NP} \rightarrow \frac{1}{s}C_{NP} = \frac{1}{sL_{VP}}, \quad (5.161)$$

što znači da svaki kondenzator u električnoj šemi NP filtra treba zamijeniti sa kalemom induktivnosti:

$$C_{VP} = \frac{1}{L_{NP}}. \quad (5.162)$$

Primjer 5.5:

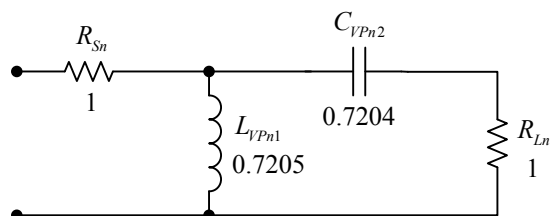
Realizovati VP filter sa maksimalno ravnom amplitudnom karakteristikom u propusnom opsegu, kod koga su granične učestanosti nepropusnog i propusnog opsega: $f_s = 500\text{Hz}$ i $f_p = 1000\text{Hz}$, respektivno. Maksimalno dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu iznosi $R_p = 3\text{dB}$, dok je $R_s = 12\text{dB}$ minimalno potrebno slabljenje u nepropusnom opsegu. Filter realizovati u vidu pasivne ljestvičaste LC mreže, sa $R_s = R_L = 100\Omega$.

Rješenje:

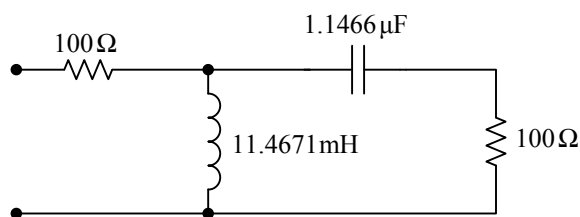
Normalizacija učestanosti VP filtra se vrši graničnom učestanošću propusnog opsega, tako da su normalizovane učestanosti propusnog i nepropusnog opsega $\omega_p = 1$ i $\omega_s = 0.5$, respektivno. Realizacija VP filtra se zasniva na realizaciji odgovarajućeg normalizovanog NP filtra, koji se zatim frekvencijskim transformacijama prevodi u VP filter. Nakon što se zahtjevi za normalizovani VP filter frekvencijskom transformacijom prevedu u zahtjeve za NP filter dobijaju se granične učestanosti normalizovanog NP filtra: $\omega_p = 1$ i $\omega_s = 2$. Funkciju prenosa VP filtra možemo dobiti frekvencijskom transformacijom i denormalizacijom:

$$H_{VP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + 8.7214 \cdot 10^3 s + 3.8032 \cdot 10^7}. \quad (5.163)$$

Normalizovani NP filter sa ovakvim karakteristikama je realizovan u Primjeru 5.2 i prikazan na Slici 5.10. Zamjenom svakog kalema NP filtra čija je induktivnost L_{NPn} kondenzatorom kapacitivnosti $C_{VPn} = 1/L_{NPn}$, te svakog kondenzatora C_{NPn} kalemom induktivnosti $L_{VPn} = 1/C_{NPn}$, iz normalizovanog NP filtra dobijamo normalizovani VP filter prikazan na Slici 5.25, sa vrijednostima elemenata: $R_{Sn} = R_{Ln} = 1$, $L_{VPn1} = 0.7205$, $C_{VPn2} = 0.7204$. Nakon denormalizacije sa $\Omega_0 = 2\pi \cdot 1000\text{rad/s}$ i $R_0 = 100\Omega$, stvarne vrijednosti elemenata traženog VP filtra su: $R_s = R_L = 100\Omega$, $L_{VP1} = 11.4671\text{mH}$, $C_{VP2} = 1.1466\mu\text{F}$, a šema filtra prikazana je na Slici 5.26.

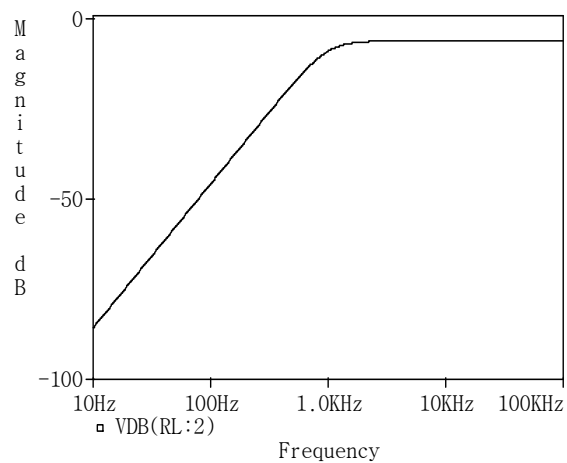


Slika 5.25 Normalizovani VP filter drugog reda.

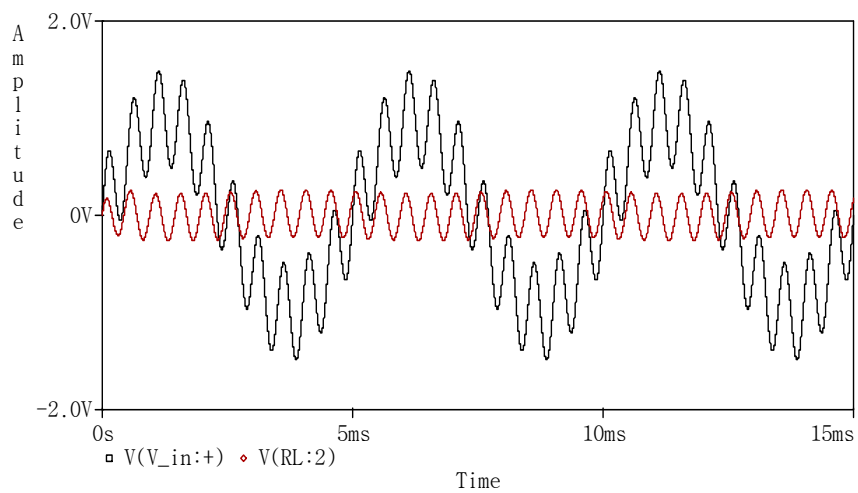


Slika 5.26 VP filter drugog reda.

Magnituda realizovanog VP filtra drugog reda prikazana je na Slici 5.27. Slabljenje na granici nepropusnog opsega, $f = 500\text{Hz}$, iznosi oko 18dB , dok je slabljenje na granici propusnog opsega, $f = 1000\text{Hz}$, ispod 9dB , što odgovara specifikaciji filtra. Ako se na ulaz filtra dovede složenoperiodični signal sa komponentama učestanosti 200Hz i 2000Hz , te odgovarajućim amplitudama od 1V i 0.5V , na osnovu amplitudne karakteristike očekujemo slabljenja ovih komponenti od oko 34dB i 6dB , respektivno. Na Slici 5.28 prikazan je rezultat simulacije u vremenskom domenu. Jasno se vidi da se radi o VP filtru jer je komponenta signala niske učestanosti jako oslabljena. Na izlazu filtra se pojavljuje komponenta učestanosti 2000Hz , čija je amplituda smanjena sa 500mV na 250mV , što odgovara slabljenju od 6dB .



Slika 5.27 Magnituda realizovanog VP filtra drugog reda.



Slika 5.28 Vremenski oblici signala na ulazu filtra (crno) i izlazu filtra (crveno).

□

5.3.2 Realizacija filtra PO

Ako je željeni filter PO, sa:

$$\bar{s} = Q \frac{s^2 + 1}{s}, \quad (5.164)$$

transformišemo elemente u električnoj šemi NP filtra tako da dobijemo filter PO:

$$\bar{s}L_{NP} \rightarrow QL_{NP} \frac{s^2 + 1}{s} = sQL_{NP} + \frac{QL_{NP}}{s} = sL_{POs} + \frac{1}{sC_{POs}}, \quad (5.165)$$

$$\bar{s}C_{NP} \rightarrow QC_{NP} \frac{s^2 + 1}{s} = sQC_{NP} + \frac{QC_{NP}}{s} = sC_{POp} + \frac{1}{sL_{POp}}. \quad (5.166)$$

To znači da filter PO iz NP filtra dobijamo mijenjajući svaki kalem induktivnosti L_{NP} rednom vezom kalema induktivnosti:

$$L_{POs} = QL_{NP}, \quad (5.167)$$

i kondenzatora kapacitivnosti:

$$C_{POs} = \frac{1}{QL_{NP}}, \quad (5.168)$$

dok svaki kondenzator u šemi NP filtra mijenjamo paralelnom vezom kondenzatora kapacitivnosti:

$$C_{POp} = QC_{NP}, \quad (5.169)$$

i kalema induktivnosti:

$$L_{POp} = \frac{1}{QC_{NP}}. \quad (5.170)$$

Primjer 5.6:

Potrebno je realizovati filter PO sa maksimalno ravnom amplitudnom karakteristikom u propusnom opsegu, sa sljedećim zahtjevima: granične frekvencije propusnog opsega su $f_{p1}=905\text{Hz}$ i $f_{p2}=1105\text{Hz}$, granične frekvencije nepropusnih opsega su $f_{s1}=790\text{Hz}$ i $f_{s2}=1220\text{Hz}$, maksimalno dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu je $R_p=3\text{dB}$ i minimalno potrebno slabljenje u nepropusnim opsezima je $R_s=12\text{dB}$. Filter realizovati pasivnom ljestvičastom LC mrežom sa $R_s=R_L=100\Omega$.

Rješenje:

Normalizacija učestanosti filtra PO se vrši učestanošću koja je geometrijska sredina graničnih učestanosti propusnog opsega:

$$\Omega_0 = 2\pi\sqrt{f_{p1} \cdot f_{p2}} \text{ rad/s} = 2\pi\sqrt{905 \cdot 1105} \text{ rad/s} = 2\pi \cdot 1000 \text{ rad/s}, \quad (5.171)$$

tako da su normalizovane granične učestanosti propusnog i nepropusnih opsega $\omega_{p1}=0.905$, $\omega_{p2}=1.105$, $\omega_{s1}=0.790$ i $\omega_{s2}=1.220$.

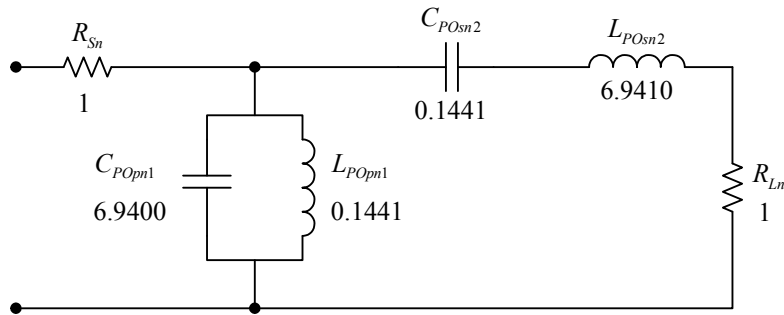
Q faktor kola je:

$$Q = \frac{\Omega_0}{B} = \frac{\Omega_0}{2\pi(f_{p2} - f_{p1})} = 5. \quad (5.172)$$

Primjenom frekvencijske transformacije:

$$|\bar{\omega}| = Q \left| \frac{\omega^2 - 1}{\omega} \right|, \quad (5.173)$$

dolazimo do zahtjeva za dva NP filtra: prvi sa graničnim učestanostima $\omega_p=1$ i $\omega_s=2.4$ i drugi sa $\omega_p=1$ i $\omega_s=2$. Pri realizaciji je neophodno ispuniti strožije zahtjeve, te ćemo realizovati drugi NP filter sa užim prelaznim opsegom. Normalizovani NP filter sa ovakvim karakteristikama je realizovan u Primjeru 5.2 i prikazan na Slici 5.10. Oslanjajući se u realizaciji samo na zahtjeve vezane za jedan prelazni opseg, dobijamo filter PO sa simetričnom amplitudnom karakteristikom.



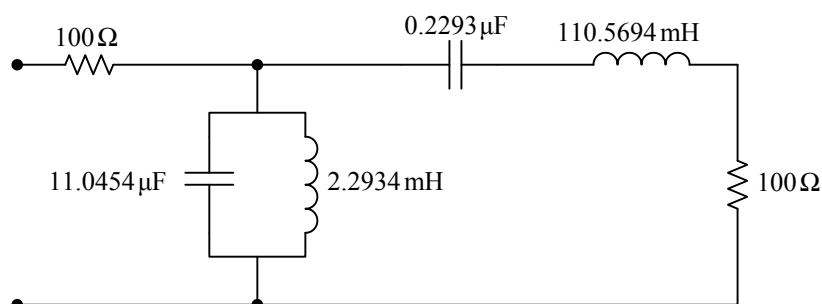
Slika 5.29 Normalizovani filter PO.

Funkciju prenosa željenog filtra PO možemo dobiti frekvencijskom transformacijom i denormalizacijom:

$$H_{PO}(s) = \frac{1.6417 \cdot 10^6 s^2}{s^4 + 1.8120 \cdot 10^3 s^3 + 8.0601 \cdot 10^7 s^2 + 7.1538 \cdot 10^{10} s + 1.5586 \cdot 10^{15}} \quad (5.174)$$

Mijenjajući svaki kalem L_{NPn} sa Slike 5.10 rednom vezom kalema $L_{POsn} = QL_{NPn}$ i kondenzatora $C_{POsn} = 1/QL_{NPn}$, a svaki kondenzator C_{NPn} paralelnom vezom kondenzatora $C_{POpn} = QC_{NPn}$ i kalema $L_{POpn} = 1/QC_{NPn}$, dobijamo normalizovani filter PO prikazan na Slici 5.29, sa normalizovanim vrijednostima elemenata: $R_{Sn} = R_{Ln} = 1$, $C_{POpn1} = 6.9400$, $L_{POpn1} = 0.1441$, $C_{POsn2} = 0.1441$ i $L_{POsn2} = 6.9410$.

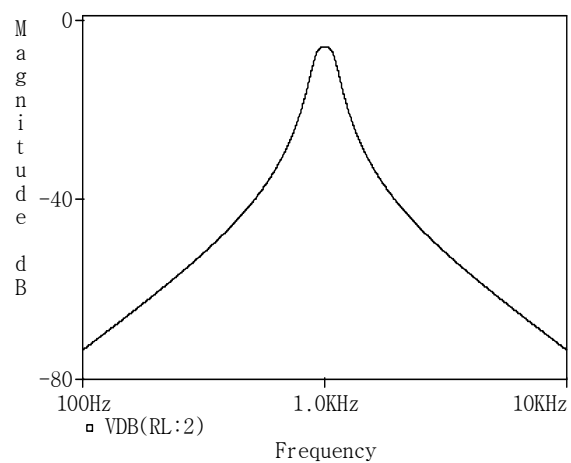
Denormalizacijom sa $\Omega_0 = 2\pi \cdot 1000 \text{ rad/s}$ i $R_0 = 100 \Omega$ dobijamo vrijednosti elemenata traženog filtra PO: $R_S = R_L = 100 \Omega$, $C_{POp1} = 11.0454 \mu\text{F}$, $L_{POp1} = 2.2934 \text{ mH}$, $C_{POs2} = 0.2293 \mu\text{F}$ i $L_{POs2} = 110.4694 \text{ mH}$. Šema filtra PO je prikazana na Slici 5.30.



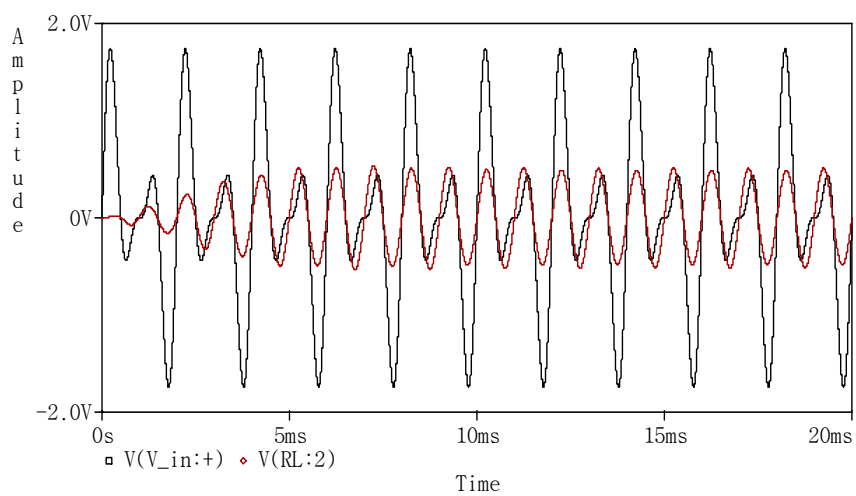
Slika 5.30 Filtar PO.

Sa magnitude realizovanog filtra prikazane na Slici 5.31, dobijene simulacijom u PSpice-u, možemo vidjeti da su slabljenja na granicama propusnog opsega $f_{p1}=905\text{Hz}$ i $f_{p2}=1105\text{Hz}$ manja od 9dB, dok su slabljenja na granicama nepropusnih opsega $f_{s1}=790\text{Hz}$ i $f_{s2}=1220\text{Hz}$ veća od 18dB, tako da realizovani filter ispunjava postavljene zahtjeve.

Za simulaciju rada filtra u vremenskom domenu složenoperiodični ulazni signal je formiran od tri komponente učestanosti: $f=500\text{Hz}$, $f=1000\text{Hz}$ i $f=1500\text{Hz}$. Amplituda komponente signala učestanosti $f=1000\text{Hz}$ je 1V, dok su amplitude ostale dvije komponente 0.5V. Iz rezultata simulacije filtra u vremenskom domenu sa Slike 5.32 vidi se da je na izlaz filtra propuštena samo komponenta signala $f=1000\text{Hz}$, i to sa slabljenjem od oko 6dB, te je njena amplituda smanjena sa 1V na 500mV, dok su amplitude preostalih komponenti na izlazu filtra su zanemarive. Primjetan je prelazni proces koji je duži nego kod do sada razmatranih filtera, što je posljedica višeg reda filtra (polinom u nazivniku funkcije prenosa je četvrtog reda).



Slika 5.31 Magnituda realizovanog filtra PO.



Slika 5.32 Vremenski oblici signala na ulazu filtra (crno) i izlazu filtra (crveno).

□

5.3.3 Realizacija filtra NPO

Ako je željeni filter NPO, sa:

$$\bar{s} = \frac{s}{Q(s^2 + 1)} \quad (5.175)$$

transformišemo elemente u električnoj šemi NP filtra tako da dobijemo filter NPO:

$$\bar{s}L_{NP} \rightarrow \frac{sL_{NP}}{Q(s^2 + 1)} = \frac{1}{\frac{Q}{L_{NP}}(s + \frac{1}{s})} = \frac{1}{sC_{NPOp} + \frac{1}{sL_{NPOp}}}, \quad (5.176)$$

$$\bar{s}C_{NP} \rightarrow \frac{sC_{NP}}{Q(s^2 + 1)} = \frac{1}{\frac{Q}{C_{NP}}(s + \frac{1}{s})} = \frac{1}{sL_{NPOs} + \frac{1}{sC_{NPOs}}}. \quad (5.177)$$

Filter NPO iz NP filtra dobijamo mijenjajući svaki kalem induktivnosti L_{NP} paralelnom vezom kondenzatora kapacitivnosti:

$$C_{NPOp} = \frac{Q}{L_{NP}}, \quad (5.178)$$

i kalema induktivnosti:

$$L_{NPOp} = \frac{L_{NP}}{Q}, \quad (5.179)$$

a svaki kondenzator rednom vezom kalema induktivnosti:

$$L_{NPOs} = \frac{Q}{C_{NP}}, \quad (5.180)$$

i kondenzatora kapacitivnosti:

$$C_{NPOs} = \frac{C_{NP}}{Q}. \quad (5.181)$$

5.4 Realizacija LC svepropusnika

Do sada smo vodili računa samo o ispunjenju zahtjeva vezanih za amplitudnu karakteristiku filtra, jer se željena fazna karakteristika postiže kaskadnim vezivanjem filtra svepropusnika. Pokazali smo ranije u Glavi 2 da se nule funkcije prenosa filtra svepropusnika nalaze u desnoj poluravni i da su slike u ogledalu polova funkcije prenosa iz lijeve poluravni:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{D(-s)}{D(s)}. \quad (5.182)$$

Nasuprot tome znamo da polinom nula transmisije $N(s)$ mora imati korijene na imaginarnoj osi da bi funkcija prenosa bila realizibilna ljestvičastim LC mrežama. To znači da moramo tražiti drugu strukturu za realizaciju filtera svepropusnika. Za to su pogodne simetrične rešetkaste LC mreže čije impedanse zadovoljavaju sljedeću relaciju:

$$Z_1(s)Z_2(s) = R_0^2, \quad (5.183)$$

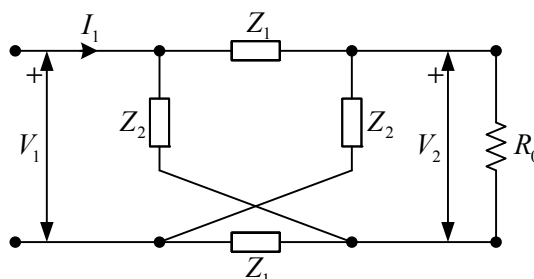
pri čemu je R_0 opteretna impedansa, kao na Slici 5.33. Za ove mreže y parametri su:

$$y_{11}(s) = y_{22}(s) = \frac{1}{2}[Y_1(s) + Y_2(s)], \quad (5.184)$$

$$y_{12}(s) = \frac{1}{2}[Y_2(s) - Y_1(s)], \quad (5.185)$$

dok je funkcija prenosa:

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1 - \frac{Z_1(s)}{R_0}}{1 + \frac{Z_1(s)}{R_0}}. \quad (5.186)$$



Slika 5.33 Simetrična rešetkasta mreža.

Ulazna impedansa je jednaka opteretnom otporniku na svim učestanostima:

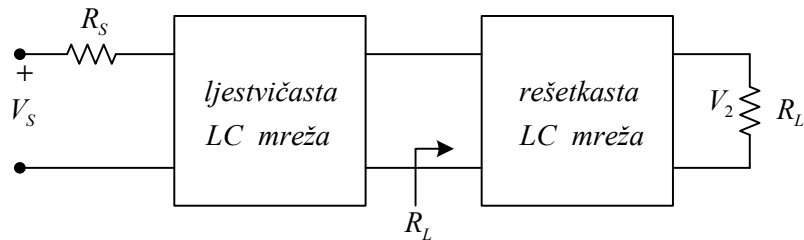
$$Z_{ul}(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} = R_o. \quad (5.187)$$

Impedanse $Z_1(s)$ i $Z_2(s)$ su po prirodi LC impedanse tako da je na imaginarnoj osi $\frac{Z_1(s)}{R_o}$ čisto imaginarno, pa je na osnovu (5.186):

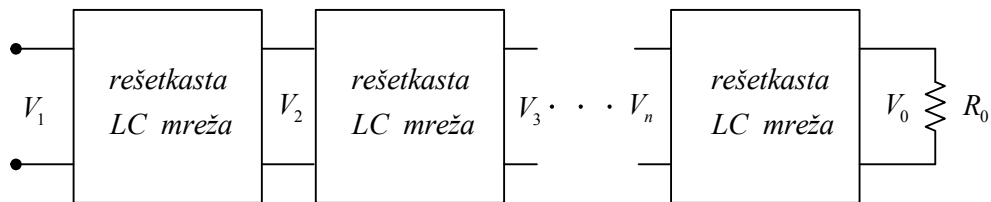
$$\left| \frac{V_2(\omega)}{V_1(\omega)} \right| = 1. \quad (5.188)$$

Dakle, amplitudna karakteristika simetrične rešetkaste mreže je jednaka jedinici na svim učestanostima, te se radi o filteru svepropusniku.

Osobine ove simetrične rešetkaste mreže, da ima ravnu amplitudnu karakteristiku i da je njena ulazna impedansa jednaka opteretnom otporniku, su veoma važne, jer omogućavaju kaskadno vezivanje ovih mreža na izlaz filtra bez narušavanja već postignutih amplitudnih karakteristika uz korekciju fazne karakteristike. Na izlaz filtra koji je realizovan ljestvičastom LC mrežom sa opterećenjem R_L se umjesto tog opterećenja kaskadno veže simetrična rešetkasta mreža opterećena sa R_L , kao na Slici 5.34. Amplitudna karakteristika kaskadne veze jednaka je amplitudnoj karakteristici prvog filtra, dok je fazna karakteristika jednaka zbiru faznih karakteristika prvog filtra i filtra svepropusnika.



Slika 5.34 Kaskadna veza ljestvičaste i rešetkaste LC mreže.



Slika 5.35 Kaskadna veza filtera svepropusnika realizovanih rešetkastim LC mrežama.

Osim toga, ove osobine omogućavaju da se željena fazna karakteristika postigne kaskadnim vezivanjem više filtera svepropusnika nižeg reda, kao na Slici 5.35, jer je:

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} \frac{V_3(s)}{V_2(s)} \dots \frac{V_n(s)}{V_{n-1}(s)} \frac{V_0(s)}{V_n(s)}. \quad (5.189)$$

Posmatrajmo funkciju prenosa filtra svepropusnika n -tog reda:

$$H_n(s) = \frac{D_n(-s)}{D_n(s)}. \quad (5.190)$$

Polinom $D_n(s)$ se može faktorizovati preko faktora drugog reda na sljedeći način:

$$D_{2i}(s) = s^2 + s \frac{\omega_i}{Q_i} + \omega_i^2 \quad (5.191)$$

ako je n parno, a preko faktora (5.191) i faktora prvog reda:

$$D_1(s) = s + \sigma \quad (5.192)$$

ako je n neparno. U opštem slučaju, funkcija prenosa filtra svepropusnika n -tog reda se faktorizuje u obliku:

$$H_n(s) = \frac{D(-s)}{D(s)} = \frac{D_1(-s)}{D_1(s)} \prod_i \frac{D_{2i}(-s)}{D_{2i}(s)} = \frac{\sigma - s}{\sigma + s} \prod_i \frac{s^2 - s \frac{\omega_i}{Q_i} + \omega_i^2}{s^2 + s \frac{\omega_i}{Q_i} + \omega_i^2}, \quad (5.193)$$

$$H_n(s) = H_1(s) \prod_i H_{2i}(s). \quad (5.194)$$

Na taj način se problem realizacije filtra svepropusnika n -tog reda svodi na realizaciju svepropusnika prvog reda, čija je funkcija prenosa:

$$H_1(s) = \frac{\sigma - s}{\sigma + s} = \frac{1 - \frac{s}{\sigma}}{1 + \frac{s}{\sigma}}, \quad (5.195)$$

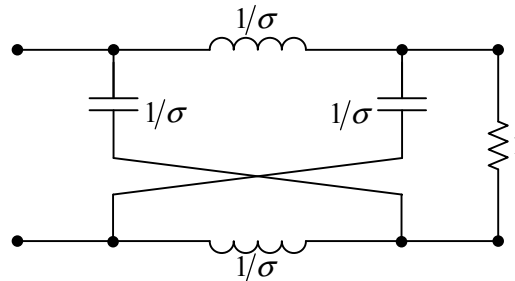
i filtara svepropusnika drugog reda sa funkcijama prenosa u obliku:

$$H_{2i}(s) = \frac{s^2 - \frac{s\omega_i}{Q_i} + \omega_i^2}{s^2 + \frac{s\omega_i}{Q_i} + \omega_i^2} = \frac{1 - \frac{s\omega_i/Q_i}{s^2 + \omega_i^2}}{1 + \frac{s\omega_i/Q_i}{s^2 + \omega_i^2}}, \quad (5.196)$$

i njihovo kaskadno vezivanje.

Poređenjem (5.195) sa (5.186) zaključujemo da se impedanse filtra svepropusnika prvog reda mogu odrediti na osnovu:

$$\frac{Z_1(s)}{R_0} = \frac{R_0}{Z_2(s)} = \frac{s}{\sigma}. \quad (5.197)$$



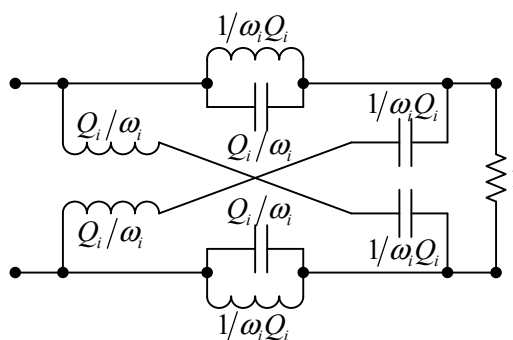
Slika 5.36 Filtar svepropusnik prvog reda realizovan rešetkastom LC mrežom.

Ako pretpostavimo da je izvršena normalizacija impedansi sa R_o u rednim granama rešetkaste LC mreže kojom se realizuje filtar svepropusnik prvog reda se nalaze kalemovi induktivnosti $\frac{1}{\sigma}$, dok su u ukrštenim granama kondenzatori kapacitivnosti $\frac{1}{\sigma}$, kao na Slici 5.36.

Na osnovu (5.196) sa (5.186) zaključujemo da su impedanse filtra svepropusnika drugog reda date sa:

$$\frac{Z_1(s)}{R_o} = \frac{R_o}{Z_2(s)} = \frac{s\omega_i/Q_i}{s^2 + \omega_i^2} = \frac{1}{\frac{Q_i}{\omega_i} s + \frac{\omega_i Q_i}{s}}. \quad (5.198)$$

U rednim granama rešetkaste LC mreže kojom se realizuje filtar svepropusnik drugog reda, čije su impedanse normalizovane sa R_o , nalaze se paralelna oscilatorna kola sa kalemovima induktivnosti $\frac{1}{\omega_i Q_i}$ i kondenzatorima kapacitivnosti $\frac{Q_i}{\omega_i}$, dok su u ukrštenim granama redna oscilatorna kola sa kalemovima induktivnosti $\frac{Q_i}{\omega_i}$ i kondenzatorima kapacitivnosti $\frac{1}{\omega_i Q_i}$, kao na Slici 5.37.



Slika 5.37 Filtar svepropusnik drugog reda realizovan rešetkastom LC mrežom.

Primjer 5.7:

Realizovati filtar svepropusnik sa funkcijom prenosa:

$$H(s) = \frac{s^2 - 5s + 1}{s^2 + 5s + 1} \cdot \frac{s^2 - 0.444s + 0.49}{s^2 + 0.444s + 0.49},$$

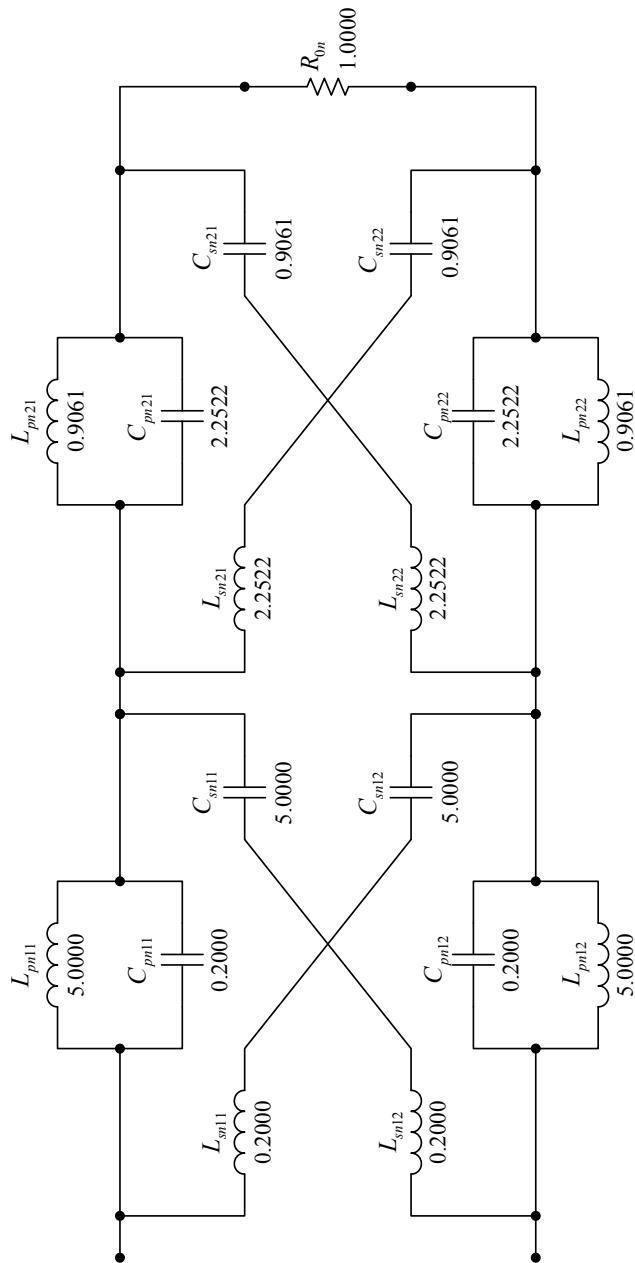
gdje je s učestanost normalizovana sa $\Omega_0 = 10$ krad/s. Pretpostaviti da je $R_0 = 600\Omega$.

Rješenje:

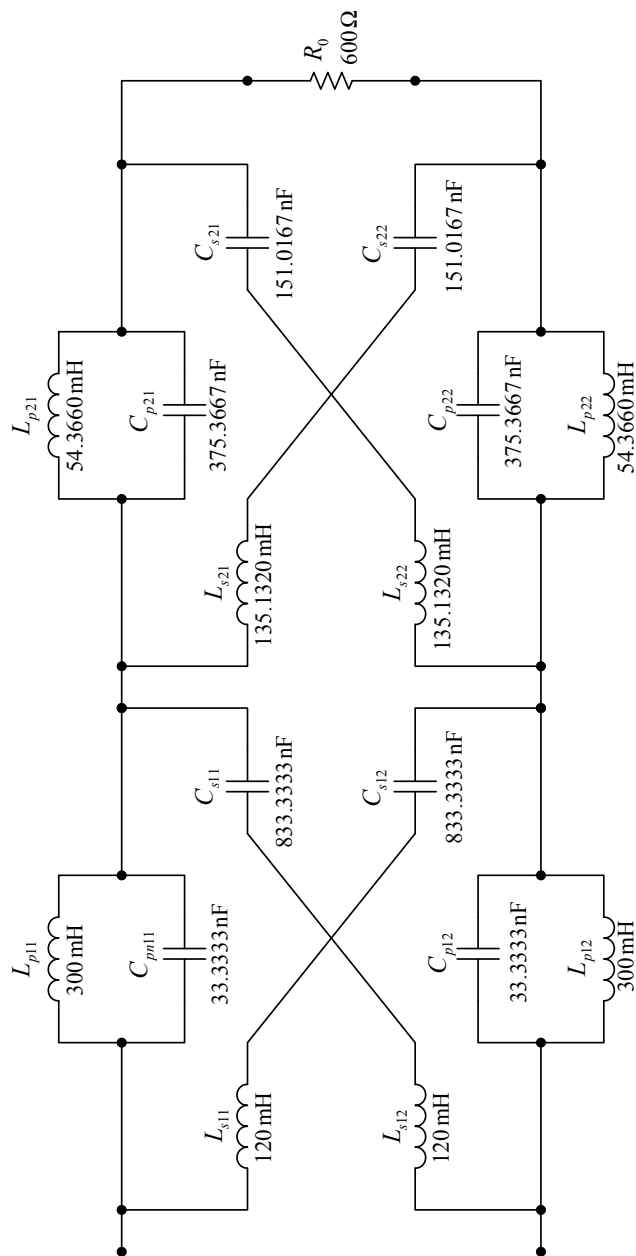
Kako bismo odredili vrijednosti elemenata simetrične rešetkaste LC mreže kojom realizujemo filtar svepropusnik, potrebno je da izračunamo:

$$\omega_1 = 1, \quad \omega_2 = 0.700, \quad \frac{Q_1}{\omega_1} = 0.2000, \quad \frac{1}{\omega_1 Q_1} = 5.0000, \quad \frac{Q_2}{\omega_2} = 2.2522 \quad \text{i} \quad \frac{1}{\omega_2 Q_2} = 0.9061.$$

Električna šema normalizovanog filtra svepropusnika prikazana je na Slici 5.38, dok je na Slici 5.39 prikazan filtar svepropusnik nakon denormalizacije sa $\Omega_0 = 10$ krad/s i $R_0 = 600\Omega$.



Slika 5.38 Normalizovani filter svepropusnik.



Slika 5.39 Električna šema specificiranog filtra svepropusnika.

□