

## Vježba 2. Određivanje funkcije prenosa analognih filtara

### Funkcije Signal Processing Toolboxa za projektovanje filtara

Za projektovanje filtara u MATLAB-ovom Signal Processing Toolboxu na raspolaganju je više funkcija. Za nas su trenutno od najvećeg značaja dvije grupe funkcija:

1. Funkcije za određivanje reda filtra:

$[N, Wn] = \text{buttord}(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')$

$[N, Wn] = \text{cheblord}(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')$

$[N, Wn] = \text{cheb2ord}(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')$

$[N, Wn] = \text{ellipord}(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')$

Ulazni argumenti svake od ovih funkcija su isti:

$Wp$  – granična frekvencija propusnog opsega,

$Ws$  – granična frekvencija nepropusnog opsega,

$Rp$  – maksimalno dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu,

$Rs$  – minimalno dozvoljeno slabljenje u nepropusnom opsegu.

Izlazni podaci iz svake od funkcija su:

$N$  – red filtra potrebnog da bi se zadovoljile specifikacije,

$Wn$  – granična frekvencija filtra (za svaki od filtara ima različito značenje, vidi dole)

2. Funkcije za određivanje funkcije prenosa filtra:

$[b, a] = \text{butter}(N, Wn, 's')$

Funkcija prenosa Batervortovog filtra, sa parametrima:

$N$  – red filtra,

$Wn$  – 3dB granična frekvencija.

$[b, a] = \text{cheby1}(N, R, Wn, 's')$

Funkcija prenosa Čebiševljevog filtra I vrste, sa parametrima:

$N$  – red filtra,

$R$  – dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu,

$Wn$  – granična frekvencija propusnog opsega,

$[b, a] = \text{cheby2}(N, R, Wn, 's')$

Funkcija prenosa Čebiševljevog filtra II vrste, sa parametrima:

$N$  – red filtra,

R – minimalno slabljenje u nepropusnom opsegu,

Wn – granična frekvencija nepropusnog opsega.

$[b, a] = \text{ellip}(N, R_p, R_s, W_n, 's')$

Funkcija prenosa eliptičkog filtra, sa parametrima:

N – red filtra,

Rp – dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu,

Rs – minimalno slabljenje u nepropusnom opsegu,

Wn – granična frekvencija propusnog opsega.

Izlaz iz svake od ovih funkcija su brojnik i nazivnik funkcije prenosa filtra, respektivno. Obratiti pažnju da poslednji argument ovih funkcija u slučaju analognih filtara mora biti 's'.

Proučiti svaku od ovih funkcija u MATLAB sistemu pomoći. Uočite da upravo opisana sintaksa funkcija odgovara projektovanju niskopropusnih filtara. Pronađite kako se zadaju argumenti za projektovanje visokopropusnih filtara, te propusnika i nepropusnika opsega.

## Frekvencijske transformacije

1. Niskopropusni prototip u niskopropusni filter – denormalizacija

$[bd, ad] = \text{lp2lp}(b, a, W_0)$

b – brojnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

a – nazivnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

W0 – normalizujuća frekvencija

2. Niskopropusni prototip u visokopropusni filter

$[bv, av] = \text{lp2hp}(b, a, W_0)$

b – brojnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

a – nazivnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

W0 – normalizujuća frekvencija

3. Niskopropusni prototip u filter propusnik opsega

$[bpo, apo] = \text{lp2bp}(b, a, W_0, B_w)$

b – brojnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

a – nazivnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

W0 – centralna frekvencija propusnika opsega

Bw – širina propusnog opsega

4. Niskopropusni prototip u filter nepropusnik opsega

$[bnpo, anpo] = \text{lp2bs}(b, a, W_0, B_w)$

b – brojnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

a – nazivnik funkcije prenosa normalizovanog filtra

W0 – centralna frekvencija nepropusnika opsega

Bw – širina nepropusnog opsega

Sve funkcije vraćaju brojnik i nazivnik odgovarajućeg denormalizovanog filtra, respektivno.

## Zadaci

### Određivanje funkcije prenosa filtra

Dati su zahtjevi za niskopropusni filter:

- monotono opadajuća amplitudna karakteristika,
  - granična frekvencija propusnog opsega  $f_p = 500$  Hz,
  - granična frekvencija nepropusnog opsega  $f_s = 1000$  Hz,
  - maksimalno dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu  $A_p = 3$  dB,
  - minimalno potrebno slabljenje u nepropusnom opsegu  $A_s = 30$  dB.
1. Normalizovati granične učestanosti propusnog i nepropusnog opsega.
  2. Odrediti red filtra koji zadovoljava postavljene zahtjeve.
  3. Odrediti funkciju prenosa normalizovanog filtra (niskopropusni prototip).
  4. Denormalizovati funkciju prenosa filtra i odrediti funkciju prenosa filtra koji zadovoljava postavljene zahtjeve. Kako se ova funkcija prenosa može dobiti pozivanjem funkcija za određivanje reda i funkcije prenosa filtra uz korištenje stvarnih vrijednosti učestanosti?
  5. Nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku dobijenog filtra.
  6. Koliko je slabljenje filtra na frekvencijama 0, 100, 500, 1000, 5000, 10000 Hz? Kojom brzinom raste slabljenje filtra u nepropusnom opsegu?

### Uporedne karakteristike niskopropusnih filtara

1. Projektovati Čebiševljev, inverzni Čebiševljev i eliptički filter koji zadovoljava prethodno postavljene zahtjeve. (Normalizacija nije potrebna, direktno odrediti funkcije prenosa ovih filtara.)
2. Nacrtati amplitudske i fazne karakteristike svakog od dobijenih filtara (uključujući i Batervortov), po mogućnosti na istom grafiku kako bi ih bilo moguće uporediti.
3. Uporediti amplitudne karakteristike projektovanih filtara. Koji filter pokazuje najbolje ponašanje s obzirom na ovaj parametar? Koji ste kriterijum uzeli u obzir prilikom izbora? Koje karakteristike izabranog filtra omogućavaju dobre performanse?
4. Uporedite fazne karakteristike projektovanih filtara. Koji filter pokazuje najbolje ponašanje? Koji ste kriterijum uzeli u obzir prilikom izbora?

### Primjer filtriranja

1. Generisati složenoperiodični signal

$$u(t) = \cos(2\pi 100t) + \cos(2\pi 500t) + \cos(2\pi 1000t) + \cos(2\pi 2000t)$$

na intervalu 0:0.05, sa korakom  $dt = 50e-6$ . Koliko elemenata ima dobijeni vektor?

2. Korišćenjem funkcije `freqplot` nacrtati njegov spektar. Ova funkcija nije sastavni dio MATLAB-ovih standardnih biblioteka, a na pogodan način koristi ugrađenu funkciju za izračunavanje “brze Furijeove transformacije” da bi se odredio spektar signala. Njena sintaksa je:

```
freqplot(xa, dt),
```

gdje je  $x_a$  vektor koji sadrži vrijednosti (odmjerke) analognog signala u tačkama razmaknutim za  $\Delta t$  (korak korišćen za generisanje signala).

3. Korišćenjem funkcije `lsim` izvršiti simulaciju tog filtra kada se na njegov ulaz dovede signal  $u(t)$ . Nacrtati izlazni signal i njegov spektar.

### **Frekvencijske transformacije**

1. Preslikati niskopropusni prototip sa početka vježbe u propusnik opsega sa centralnom frekvencijom 1000Hz i  $Q = 5$ .
2. Nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku dobijenog filtra.
3. Koliko je slabljenje filtra na frekvencijama 0, 100, 500, 1000, 5000 Hz?
4. Izvršiti simulaciju dobijenog filtra kada se na njegov ulaz dovede signal  $u(t)$ . Nacrtati izlazni signal. Nacrtati spektar izlaznog signala.

Prilikom crtanja signala u vremenskom domenu obratiti pažnju da na osama budu relevantni podaci i da ose budu adekvatno označene. Isto vrijedi i za frekvencijske karakteristike filtera i za spektre signala.