

Vježba 2. Promjena brzine odmjerenja 1

Tema ove vježbe je upoznavanje sa osnovnim konceptima promjene brzine odmjerenja. Primjeri uključuju interpolaciju, decimaciju i promjenu brzine odmjerenja. U Signal Processing Toolboxu postoje funkcije `interp`, `decimate` i `resample` kojima su efikasno implementirane ove operacije. Međutim, u ovoj vježbi nećemo koristiti postojeće funkcije već ćemo implementirati sopstvene funkcije sa ovom namjenom.

Interpolacija

Interpolacija se sastoji iz dvije faze: popunjavanja nulama i niskopropusnog filtriranja. Idealni interpolacioni filter je nekauzalni filter propusnik opsega sa impulsnim odzivom:

$$h_{ideal}(n) = \text{sinc} \frac{\pi n}{L}.$$

Najjednostavniji interpolacioni filteri su kolo za zadržku (zero-order hold) i linearni interpolacioni filter. Kod zero-order hold filtra svaka vrijednost ulaznog signala se ponavlja L puta i može realizovati kao sistem sa impulsnim odzivom:

$$h_{zoh}(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \dots + \delta(n-L+1).$$

Linearni interpolator je nekauzalan i njegovo grupno kašnjenje je jednako nuli. Može se realizovati kao sistem sa impulsnim odzivom:

$$h_{lin} = \begin{cases} 1 - \frac{|n|}{L}, & |n| \leq L-1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}.$$

Bolje performanse se postižu korištenjem posebno projektovanih niskopropusnih filtera.

Decimacija

Decimacija (prorjeđivanje) se takođe sastoji iz dvije faze: niskopropusnog filtriranja i odbacivanja odmjerenja. Niskopropusni prefilter je neophodan da bi se izbjeglo preklapanje spektra koje je rezultat smanjivanja frekvencije odmjerenja. Granična frekvencija nepropusnog opsega ovog filtra je polovina rezultujuće frekvencije odmjerenja. Granična frekvencija propusnog opsega se bira na osnovu znanja o oblasti primjene, a uobičajeno je da širina prelaznog opsega bude vrlo mala. Slabljenja filtra u propusnom i nepropusnom opsegu takođe zavise od primjene. Najčešće se koriste FIR filteri zbog linearnosti faze, a mogu biti projektovani bilo kojim od poznatih metoda: prozorske funkcije, odmjerenje u frekvenciji, metoda najmanjih kvadrata, itd.

Promjena brzine odmjeravanja

Promjena brzine odmjeravanja za racionalni faktor uključuje obje razmotrene operacije: interpolaciju i decimaciju u kaskadi. U ovom slučaju dovoljan je samo jedan niskopropusni filter, a to je onaj koji ima uži propusni opseg.

Zadaci

Interpolacija

1. Napisati funkciju u MATLAB-u koja će popunjavati nulama zadati signal. Zaglavlje funkcije treba da ima sledeći oblik:

```
function y = myexpand(x, L)
% MYEXPAND y = myexpand(x, L) popunjava nulama sekvencu x
% ubacujući L-1 nulu između svaka dva odmjerka originalne
% sekvence. Dužina rezultujuće sekvence je length(x)*L.
```
2. Realizovati kolo za zadržku i linearni interpolacioni filter za $L = 5$. Uzmite u obzir da je linearni interpolator nekauzalan filter. Pošto MATLAB ne prihvata negativne indekse morate unijeti kauzalnu verziju filtra, a zatim “pomjeriti” rezultat u vremenu adekvatnim označavanjem vremenske ose. Nacrtajte amplitudne karakteristike oba filtra. Koji od ovih filtara bolje aproksimira idealni interpolator.
3. Realizovati sisteme za interpolaciju korištenjem funkcije za popunjavanje nulama iz tačke 1. i interpolacionih filtara iz prethodne tačke. Kao ulaznu sekvencu upotrebiti `data1` iz fajla `BLInterp.mat`. Interpolirati datu sekvencu sa $L = 5$ korištenjem oba interpolatora. Nacrtati dobijene sekvence u intervalu od 0 do 49. Uzeti u obzir da je linearni interpolacioni filter nekauzalan. Za provjeru da li je vremenska osa dobro definisana može se iskoristiti činjenica da izlazne vrijednosti oba interpolatora treba da budu jednake originalnim na proširenoj vremenskoj osi.
4. Realizovati interpolacioni FIR filter 40. reda korištenjem metode prozorskih funkcija (`help fir1`). Nacrtati impulsni odziv i amplitudnu karakteristiku ovog filtra. Realizovati interpolator korištenjem ovog filtra i interpolirati dati signal (`data1`). Nacrtati rezultujući signal na intervalu 0:49. Smatrati da je ovaj filter takođe nekauzalan pa je potrebno rezultat pomjeriti u vremenu za 20 odmjeraka.
5. Kako bi se mogli uporediti rezultati dobijeni korištenjem ovih interpolatora potrebno je odrediti vremenski interval na kojem je to moguće učiniti. Imajući u vidu: (1) pomjeranje izlaznog signala da bi se simuliralo filtriranje nekauzalnim filtrom i (2) prelazni režim filtra, odrediti interval $n_1 \leq n \leq n_2$ na kojem se ovi signali mogu porediti.
6. Izračunati srednju grešku interpolacije za sva 3 slučaja u odnosu na izlaz iz idealnog interpolatora (`ideal1`).

$$e_x = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} (x_i(n) - x_{ideal}(n))^2,$$

- gdje je $x_i(n)$ izlaz iz jednog od interpolacionih filtara, $x_{ideal}(n)$ je idealna interpolacija, a n_1 i n_2 su određeni u prethodnoj tački. Koji interpolacioni filter daje najbolje performanse?
- Interpolirati sekvencu u promjenljivoj `data2` korištenjem istih interpolatora. Izračunati greške interpolacije u odnosu na sekvencu u promjenljivoj `ideal2`. Koji filter ima najbolje performanse za ove podatke? Zašto su vrijednosti greške različite od onih dobijenih u prethodnoj tački? Odgovor na ovo pitanje se može dobiti upoređivanjem amplitudnih spektara zadatih sekvenci nakon dopunavanja nulama.
 - Interpolirati audio signal u fajlu `handel18192.wav` sa faktorom 6. Projektovati interpolacioni FIR filter tako da se ne čuju negativni propratni efekti interpolacije. Uporediti korektno interpolirani signal sa signalom kod kojeg je samo izvršeno popunjavanje nulama.

Decimacija

- Generisati $N = 200$ odmjeraka signala $x(n) = \cos(0,04\pi n) + \cos(0,18\pi n)$. Nacrtati signal kao kontinualnu funkciju (`plot`) i diskretne odmjerke (`stem`). Nacrtati amplitudni spektar ovog signala i adekvatno označiti frekvencijsku osu.
- Prorijediti gornji signal sa faktorom 4. Nacrtati dobijeni signal i njegov amplitudni spektar i adekvatno označiti frekvencijsku osu. Opisati razlike u odnosu na originalni spektar. Interpolirati dobijeni signal sa faktorom 4 i nacrtati rezultat (pomoću naredbi `plot` i `stem`). Uporediti dobijeni rezultat sa originalnim signalom. Komentarisati.
- Ponoviti prethodnu tačku sa faktorom prorjeđivanja 6. Komentarisati dobijene rezultate. Objasniti razlike u odnosu na prethodnu tačku.
- Ponoviti prorjeđivanje sa faktorom 6, ali prije prorjeđivanja filtrirati ulaznu sekvencu FIR filtrom 40. reda sa graničnom frekvencijom 0.9 puta polovina rezultujuće frekvencije odmjeravanja. Nacrtati dobijeni signal i njegov amplitudni spektar. Interpolirati dobijeni signal sa faktorom 6 i nacrtati rezultat (pomoću naredbi `plot` i `stem`). Uporediti dobijeni rezultat sa originalnim i filtriranim signalom. Komentarisati.
- Decimirati audio signal u fajlu `ss3.wav` sa faktorom 8. Projektovati pretfilter tako da se ne čuju negativni propratni efekti decimacije. Uporediti signal kod kojeg je samo izvršena decimacija sa signalom koji je prije decimacije propušten kroz odgovarajući pretfilter.

Promjena brzine odmjeravanja

- Korištenjem funkcija za interpolaciju i decimaciju iz prethodnih zadataka realizovati sistem za promjenu brzine odmjeravanja sa faktorom $3/2$ i testirati ga na sinusoidalnom signalu iz prethodnog zadatka. Da li je u ovom slučaju bitan redoslijed decimacije i interpolacije? Da li je moguće pojednostavniti sistem?
- Korištenjem funkcija za interpolaciju i decimaciju iz prethodnih zadataka realizovati sistem za promjenu brzine odmjeravanja sa faktorom $2/3$ i testirati ga na sinusoidalnom signalu iz prethodnog zadatka. Da li je u ovom slučaju bitan redoslijed decimacije i interpolacije? Da li je moguće pojednostavniti sistem?

3. Promijeniti brzinu odmjeravanja audio signala u fajlu `handel18192.wav` za racionalni faktor $11/2$. Kakav filter je iskorišten? Isprobati razne prozorske funkcije.