

Vježba 3. Laplasova transformacija

Priprema

Linearni, vremenski nepromjenljivi sistemi

U analizi i sintezi linearnih, vremenski nepromjenljivih mreža ključnu ulogu igra *funkcija mreže*, koja predstavlja odnos ustaljenog odziva na kompleksnu eksponencijalnu pobudu i te pobude, odnosno, Laplasovih transformacija odziva i pobude. Pošto pobudu možemo smatrati ulaznim signalom, a odziv izlaznim signalom funkcija mreže se naziva i *funkcija prenosa*

$$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0} = \frac{N(s)}{D(s)},$$

gdje je $m \leq n$ za mrežu koja se može fizički realizovati, a $N(s)$ i $D(s)$ su polinomi u brojniku i nazivniku, respektivno. U ustaljenom prostoperiodičnom režimu je $s = j\omega$, pa se funkcija prenosa može napisati kao

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\Phi(\omega)},$$

gdje je $|H(j\omega)|$ magnituda, a $\Phi(\omega)$ faza. Ovaj oblik funkcije prenosa se naziva *frekvencijska karakteristika mreže*, funkcija $|H(j\omega)|$ se naziva *amplitudna karakteristika*, a funkcija $\Phi(\omega)$ *fazna karakteristika*. Magnituda filtra se često zadaje i korištenjem *funkcije pojačanja* iskazane u *decibelima*

$$G(\omega) = 20 \log_{10} |H(j\omega)| \quad [dB].$$

Kada se amplitudna i fazna karakteristika prikazuju grafički često se na frekvencijskoj osi koristi logaritamska podjela što znači da su udaljenosti između frekvencija koje se razlikuju 10 puta jednake. Opseg frekvencija čije se granice razlikuju 10 puta naziva se *dekada*.

Simulacija linearnih vremenski nepromjenljivih sistema u MATLAB-u

Jedan od načina zadavanja linearnih, vremenski nepromjenljivih sistema u MATLAB-u je pomoću njihove funkcije prenosa. Poznato je da funkcija prenosa ovakvih sistema ima oblik racionalne funkcije. Dakle, moguće je memorisati dva polinoma, N i D, koji predstavljaju brojnik i nazivnik funkcije prenosa.

Za analizu linearnih, vremenski nepromjenljivih sistema koriste se sledeće naredbe/funkcije.

Za određivanje frekvencijske karakteristike kola koristi se funkcija `freqs` čija je sintaksa:

```
[h, w] = freqs(N, D);
```

gdje su N i D brojnik i nazivnik funkcije prenosa kola, respektivno, a u vektoru h nalaze se vrijednosti frekvencijske karakteristike u frekvencijama koje se nalaze u vektoru w.

Pokušajte da iskoristite naredbu `freqs` bez izlaznih parametara, dakle samo `freqs(N, D)`. Kakav rezultat se dobija?

Za određivanje frekvencijske karakteristike kola korisna je i funkcija `bode` čija je upotreba ista kao i upotreba funkcije `freqs`. Ovom funkcijom se dobijaju grafici na kojima su ose označene na prihvatljiviji način nego upotrebom funkcije `freqs`.

Impulsni odziv sistema dobija se funkcijom `impulse(N, D, tfinal)`, gdje su N i D brojnik i nazivnik funkcije prenosa kola, respektivno, a `tfinal` je trajanje simulacije.

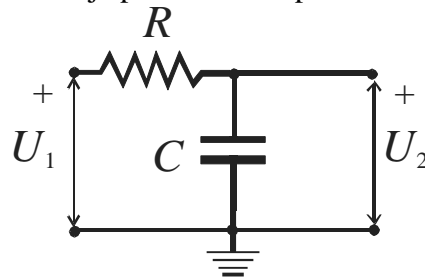
Simulacija linearnih, vremenski nepromjenljivih sistema može se izvršiti pomoću funkcije `lsim`, čija je sintaksa:

```
y = lsim(N, D, u, t);
```

Kao i do sada N i D su brojnik i nazivnik funkcije prenosa kola, respektivno, a u vektorima u i t nalaze se ulazni signal i vrijeme. Vrijednosti izlaznog signala nalaze se u vektoru y .

Zadaci

1. Odrediti funkciju prenosa $H(s) = U_2(s)/U_1(s)$ RC kola datog na Slici 1.
2. Odrediti polove funkcije prenosa i skicirati njihov položaj u kompleksnoj ravni.
3. Inverznom Laplasovom transformacijom odrediti impulsni odziv RC kola. Kakav je uticaj položaja pola funkcije prenosa na impulsni odziv ovog kola?



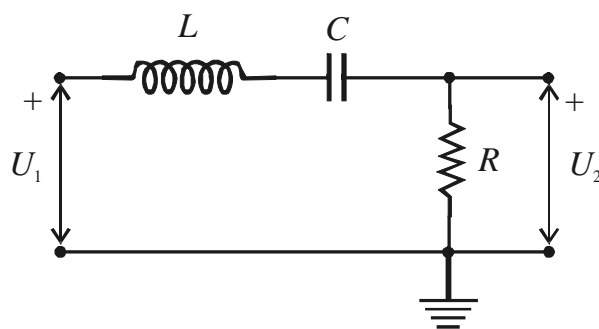
Slika 1.

4. Na osnovu funkcije prenosa odrediti frekvencijsku karakteristiku RC kola. Odrediti i skicirati amplitudnu i faznu karakteristiku. O kakvom je frekvencijski selektivnom kolu riječ?
5. Kakav je uticaj položaja pola na frekvencijsku karakteristiku ovog kola? Odrediti širinu propusnog opsega. Kako se propusni opseg kola mijenja u zavisnosti od položaja pola funkcije prenosa?
6. Odrediti funkciju prenosa $H(s) = U_2(s)/U_1(s)$ RLC kola datog na Slici 2.

Funkciju prenosa napisati u obliku:

$$H(s) = \frac{K \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

Odrediti vrijednosti parametara K , Q i ω_0 u funkciji od vrijednosti elemenata kola.



Slika 2.

7. Odrediti polove funkcije prenosa u funkciji Q i ω_0 i skicirati njihov položaj u kompleksnoj ravni za vrijednosti $\omega_0 = 1 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$ i $Q = 10$.
8. Za date vrijednosti parametara inverznom Laplasovom transformacijom odrediti impulsni odziv RLC kola. Kakav je uticaj položaja polova funkcije prenosa na impulsni odziv ovog kola?
9. Na osnovu funkcije prenosa odrediti frekvencijsku karakteristiku RLC kola. Odrediti i skicirati amplitudnu i faznu karakteristiku. O kakvom je frekvencijski selektivnom kolu riječ?
10. Kakav je uticaj položaja pola na frekvencijsku karakteristiku ovog kola? Odrediti širinu propusnog opsega kola. Kako se propusni opseg kola mijenja u zavisnosti od položaja polova funkcije prenosa?

Rad u laboratoriji

1. Predstaviti u MATLAB-u linearno vremenski nepromjenljivo kolo čija je funkcija prenosa:

$$H(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

Kojem parametru kola odgovara vrijednost T ? U narednim zadacima parametar T uzima vrijednosti iz skupa $\{0.5, 1, 2, 5\}$ sekundi.

2. Izračunati i nacrtati impulsni odziv kola iz tačke 1. za različite vrijednosti parametra T . Odrediti za koje vrijeme impulsni odziv dosegne 90% svoje vrijednosti u ustaljenom stanju. Kakav je uticaj parametra T na impulsni odziv ovog kola?
3. Izračunati i nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku kola iz tačke 1. za različite vrijednosti parametra T . Odrediti širinu propusnog opsega kola. Kakav je uticaj parametra T na frekvencijsku karakteristiku ovog kola?
4. Predstaviti u MATLAB-u linearno vremenski nepromjenljivo kolo čija je funkcija prenosa:

$$H(s) = \frac{K \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}.$$

U narednim zadacima parametar Q uzima vrijednosti iz skupa $\{1, 10, 100\}$, a

parametar ω_0 uzima vrijednosti iz skupa $\{10^2, 10^4, 10^6\} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

5. Izračunati i nacrtati impulsni odziv kola iz tačke 4. za različite vrijednosti parametara. Odrediti za koje vrijeme impulsni odziv dosegne 90% svoje vrijednosti u ustaljenom stanju. Kakav je uticaj pojedinih parametara na impulsni odziv ovog kola?
6. Izračunati i nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku kola iz tačke 1. za različite vrijednosti parametara. Odrediti širinu propusnog opsega kola. Kakav je uticaj pojedinih parametara na frekvencijsku karakteristiku ovog kola?

Izvještaj

Izvještaj iz ove laboratorijske vježbe treba da sadrži pripremu, grafike dobijene simulacijom sistema u vremenskom i frekvencijskom domenu, izmjerene veličine, te odgovore na postavljena pitanja.