Univerzitet u Banjaluci
Elektrotehnički fakultet
Katedra za opštu elektrotehniku
Digitalna obrada slike

Vježba 5.
Uklanjanje zamućenja usljed kretanja (motion blur) pomoću inverznog i Wienerovog filtra

Zamućenje usljed kretanja je pojava zamućenja na mirnoj slici izazvana kretanjem kamere ili objekta prilikom akvizicije slike. Ovu degradaciju slike je moguće matematički opisati na sledeći način.

Pretpostavimo da je slika zamućena linearnim kretanjem u smjeru x i y ose u toku njene akvizicije i da su $x_0(t)$ i $y_0(t)$ vremenski zavisne komponente pomaka. Ukupna ekspozicija se dobija integracijom trenutne ekspozicije u toku trajanja akvizicije slike (dok je leća kamere otvorena). Pošto je za našu analizu od značaja samo uticaj kretanja na degradaciju slike pretpostavićemo da se leća otvara i zatvara trenutno, te da je sam proces akvizicije slike savršen.

Neka je T vrijeme ekspozicije. U tom slučaju imamo:

$$g(x,y)=\int_0^T f\left[x-x_0(t),y-y_0(t)\right]dt\,, \tag{1.1}$$

gdje su $f\left[x-x_0(t),y-y_0(t)\right]$ i $g(x,y)$ originalna slika sa pomjerajem i zamućena slika, respektivno. Ako na jednačinu (1.1) primijenimo Furijeovu transformaciju po prostornim koordinatama i imajući u vidu da je integral linearan operator onda imamo:

$$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)\,, \tag{1.2}$$

gdje je sa:

$$H(u,v)=\int_0^T e^{-j2\pi\left[ux_0(t)+vy_0(t)\right]}dt\,, \tag{1.3}$$

definisan *operator zamućenja*. U slučaju da je kretanje u smjeru x i y ose uniformno, tj. da je:

$$\begin{aligned} x_0(t)&=\frac{at}{T} \\ y_0(t)&=\frac{bt}{T} \end{aligned},$$

onda optička funkcija prenosa operatora zamućenja (1.3) postaje:

$$H(u,v)=\frac{T}{\pi(ua+vb)}\sin\left[\pi(ua+vb)\right]e^{-j\pi(ua+vb)}. \tag{1.4}$$

Inverzni filtar

Pretpostavimo da je optička funkcija prenosa, $H(u, v)$, degradacije slike poznata. Tada je Furijeova transformacija narušene slike data jednačinom (1.2). Najjednostavniji način restauracije slike je inverzno filtriranje u kom slučaju se restaurirana slika dobija kao:

$$\hat{F}(u,v)=\frac{G(u,v)}{H(u,v)}. \tag{1.5}$$

U idealnom slučaju, tj. kada originalna slika nije narušena šumom slika restaurirana jednačinom (1.5) identična je polaznoj slici. Međutim, ukoliko je pored zamućenja originalna slika narušena i aditivnim šumom, tada je:

$$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)+N(u,v), \tag{1.6}$$

gdje je $N(u, v)$ Furijeova transformacija aditivnog šuma. U ovom slučaju inverznim filtrom se dobija:

$$\hat{F}(u,v)=F(u,v)+\frac{N(u,v)}{H(u,v)}. \tag{1.7}$$

Čak i kada je odnos signal-šum veliki, u tačkama u kojima $H(u, v)$ ima vrijednost nula ili blisku nuli drugi član u jednačini (1.7) dominira estimatom $\hat{F}(u,v)$ i čini ga neupotrebljivim. Pošto većina prenosnih funkcija degradacije ima oblik niskopropusnog filtra, onda inverzni filtar pojačava visokofrekventne komponente. Jedan od načina da se ovaj problem ublaži je da se nakon inverznog filtra primijeni frekvencijski selektivan niskopropusni filtar.

Wienerov filtar

Osnovna pretpostavka kod Wienerovog filtra je da se slika i šum posmatraju kao slučajni procesi čije su autokorelacione funkcije, odnosno, spektralne gustine snage, poznate. Ako je $f(x, y)$ originalna slika, potrebno je pronaći estimat $\hat{f}(x,y)$ takav da srednjekvadratna greška estimacije:

$$e=E\left\{\left[f(x,y)-\hat{f}(x,y)\right]^2\right\} \tag{1.8}$$

bude minimalna. Ovakvim pristupom dolazi se do funkcije prenosa Wienerovog filtra:

$$H_W(u,v)=\frac{H^*(u,v)}{\left|H(u,v)\right|^2+S_n(u,v)/S_f(u,v)}, \tag{1.9}$$

gdje je sa $H^*(u,v)$ označena kompleksno-konjugovana funkcija prenosa degradacije, a sa $S_n(u,v)=|N(u,v)|^2$ i $S_f(u,v)=|F(u,v)|^2$ spektralne gustine snage šuma i originalne slike, respektivno.

U praksi su vrlo često nepoznate spektralne gustine snage šuma i originalne slike, tako da se Wienerov filtar u obliku datom jednačinom (1.9) ne može primijeniti. Tada se koristi modifikacija u kojoj se odnos spektralnih gustina snage aproksimira konstantom:

$$H_W(u,v)=\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2+K}. \tag{1.10}$$

Konstata K se određuje eksperimentalno. Ovaj oblik se naziva i *parametarski Wienerov filtar*.

Zadaci

1. Generisati odmjerke u frekvenciji funkcije prenosa operatora zamućenja korištenjem jednačine (1.4) sa parametrima $a = b = 10$, $T = 1$. Rezultujuća matrica treba da bude 256x256. Za način generisanja pogledati prethodnu vježbu.
2. Primijeniti operator zamućenja na sliku `lena.jpg`. Prikazati rezultat. Na rezultujuću sliku dodati aditivni Gausov šum nulte srednje vrijednosti i varijanse 10^{-6}. Prikazati rezultat. Dodati šum ima vrlo malu snagu i poslužiće za ilustraciju efekta pojačavanja šuma kod inverznog filtriranja.
3. Na rezultujuću sliku primijeniti inverzni filtar prema jednačini (1.5). Prikazati rezultat. Da li je poremećaj uklonjen?
4. Sliku koja se dobija kao rezulat u tački 3. filtrirati Batervortovim niskopropusnim filtrom (vidjeti prethodnu vježbu) 50. reda ($n = 50$) sa $D_0 = 0.25$. Prikazati rezultat. Komentarisati.
5. Ponoviti filtriranje Batervortovim filtrima sa vrijednostima D_0 jednakim 0.15, 0.2, 0.27 i 0.3. Šta se dešava prilikom smanjivanja, odnosno, povećavanja ove vrijednosti?
6. Izračunati spektralne gustine snage slike i šuma, a zatim formirati Wienerov filtar prema jednačini (1.9). Primijeniti filtar na narušenu sliku iz tačke 2. Prikazati rezultat filtriranja. Komentarisati.
7. Formirati parametarski Wienerov filtar prema jednačini (1.10). Pokušati pronaći vrijednost konstante K za koju se dobijaju najbolji rezultati. **Ideja**: Početi sa vrijednošću jednakom varijansi šuma pa povećavati vrijednost za po jedan red veličine. Šta se dešava kada je vrijednost konstante manja, odnosno, veća od "optimalne".
8. Eksperimentisati sa različitim vrijednostima varijanse šuma. Šta se dešava kada je šum jednak nuli? Eksperimentisati i sa različitim parametrima funkcije prenosa zamućenja.