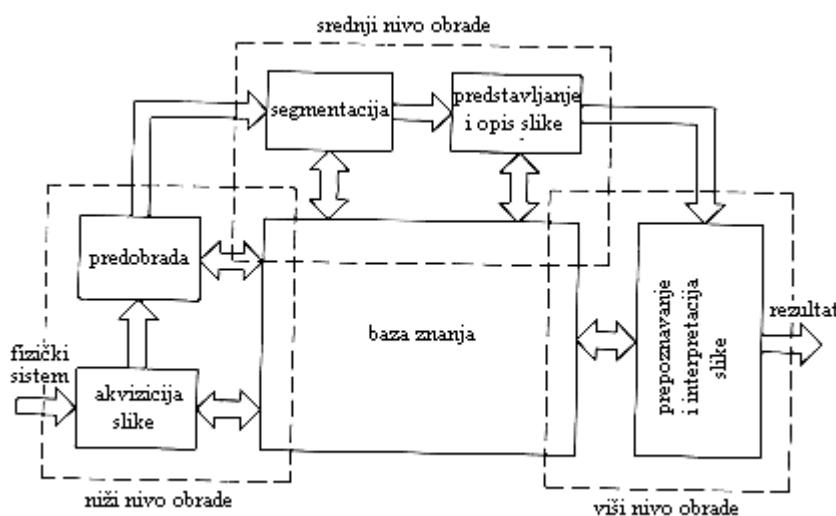


ANALIZA I INTERPRETACIJA

Analiza i interpretacija podrazumijevaju otkrivanje, identifikaciju i razumijevanje uzorka od interesa, Slika 190. Automatska analiza slike mora biti u mogućnost da pokaže određen stepen inteligencije:

1. mogućnost izdvajanja značajnih informacija iz mase irrelevantnih detalja,
2. mogućnost učenja na osnovu uzorka i generalizacije naučenog tako da se može primijeniti u novim, drugačijim okolnostima,
3. sposobnost zaključivanja iz nekompletnih informacija.



Slika 190. [1] Blok šema procesa analize i interpretacije slike

UZORCI I KLASE UZORAKA

Pod *uzorkom* ćemo podrazumijevati kvantitativni opis objekta ili dijela slike od interesa. Uzorak je sačinjen od jednog ili više deskriptora (osobina - *features*). *Klase uzoraka* $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$ su skupovi (familije) uzorka koji dijele neke zajedničke osobine.

Mašinsko prepoznavanje uzorka uključuje tehnike grupisanja uzorka u pripadajuće klase, bez ili sa što manje intervencije čovjeka.

Deskriptori koji čine uzorak se uobičajeno zapisuju u formi vektora:

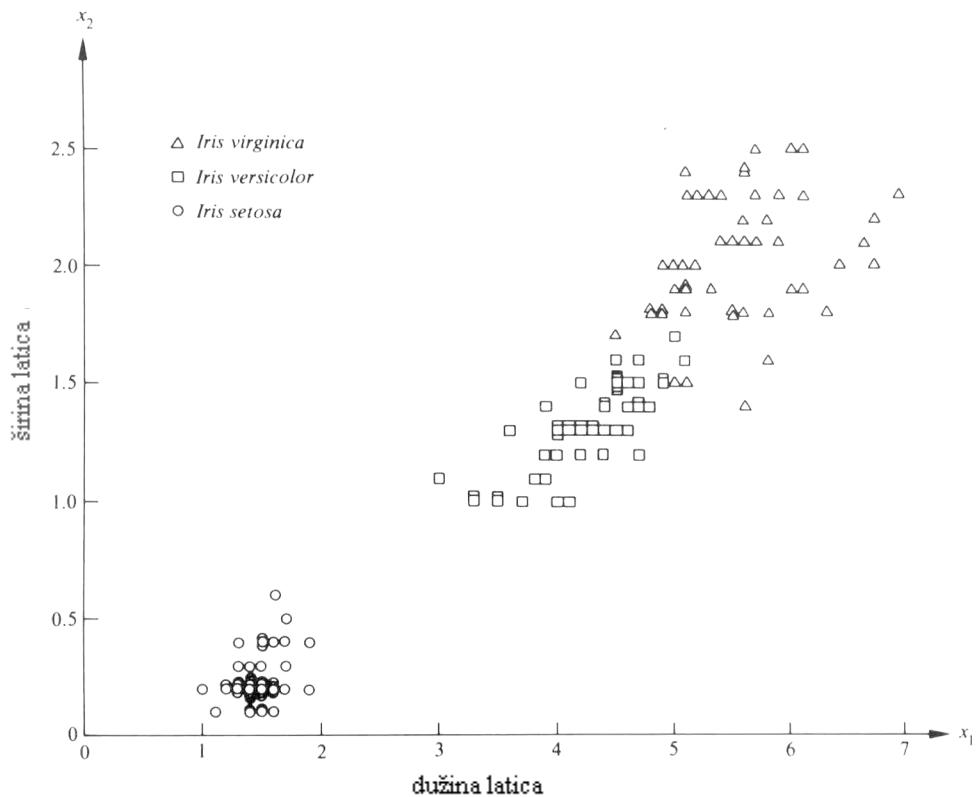
$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Primjer:

Posmatrajmo tri vrste (klase) cvijeća iris koje se razlikuju po dužini i. Usvojimo dva deskriptora::

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

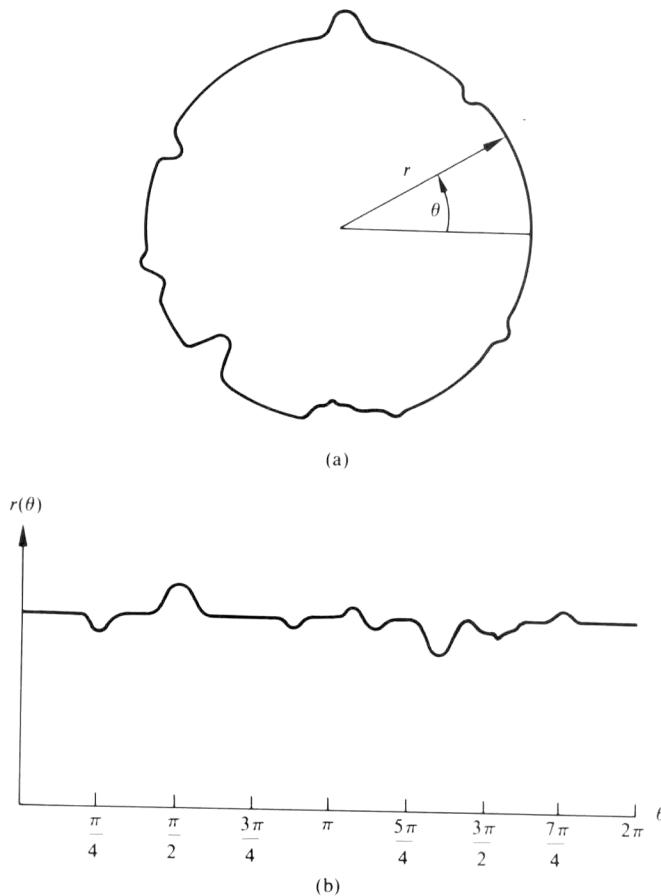
Predstavljajući uzorke u vektorskem prostoru, Slika 191, vidimo da postoje lako i teško separabilne klase: uzorci koji predstavljaju iris setosa se vrlo lako razdvoje od preostale dvije vrste, dok je razdvajanje iris virginica i iris versicolor na osnovu odabranih obilježja veoma teško. Jasno je da stepen separabilnosti takođe zavisi od izbora deskriptora.



Slika 191. [1] Klase uzoraka predstavljene u vektorskem prostoru deskriptora

Ako se potpisi koriste za opis objekata, svaki objekat će biti predstavljen jednodimenzionalnim signalom, Slika 192. Odmjervanjem ovog signala potpisa možemo formirati uzorak:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} r(\theta_1) \\ r(\theta_2) \\ \vdots \\ r(\theta_n) \end{bmatrix}.$$



Slika 192. [1] Potpis objekta

Klase su sad predstavljene "oblacima" u n -dimenzionalnom vektorskom prostoru (uzorci su vektori u n -dimenzionalnom vektorskom prostoru).

Umjesto korištenja vrijednosti potpisa, možemo izračunati prvih n momenata potpisa i njih koristiti kao deskriptore uzorka.

U navedenim primjerima su za deskriptore korištene kvantitativne mjere nekih osobina. Ako se uzme u obzir da i relacije između pojedinih osobina određuju pripadnost nekoj od klasa, riječ je o *strukturalnom* pristupu klasifikaciji.

Pri klasifikaciji je veoma važan izbor odgovarajućih deskriptora koji će omogućiti separaciju klasa.

FUNKCIJE ODLUČIVANJA

Neka je $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ n -dimenzionalni vektor uzorka. Za M klase $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$ osnovni problem prepoznavanja se svodi na pronalaženje M funkcija odlučivanja $d_1(\mathbf{x}), d_2(\mathbf{x}), \dots, d_M(\mathbf{x})$ sa osobinom da, ako uzorak \mathbf{x} pripada klasi ω_i , bude zadovoljena sljedeća nejednakost:

$$d_i(\mathbf{x}) > d_j(\mathbf{x}), \quad j = 1, 2, \dots, M; \quad j \neq i.$$

Granica odlučivanja koja razdvaja klasu ω_i od ω_j je određena vrijednostima \mathbf{x} za koje je:

$$d_i(\mathbf{x}) - d_j(\mathbf{x}) = 0.$$

Uobičajena praksa je da funkcija:

$$d_{ij}(\mathbf{x}) = d_i(\mathbf{x}) - d_j(\mathbf{x}) = 0$$

određuje granicu klasa. Ako je $d_{ij}(\mathbf{x}) > 0$ uzorak pripada klasi ω_i , a ako je $d_{ij}(\mathbf{x}) < 0$ uzorak pripada klasi ω_j .

Klasifikacija na osnovu minimalne udaljenosti

Prepostavimo da je svaka klasa opisana prototipnim (srednjim) vektorom:

$$\mathbf{m}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{\mathbf{x} \in \omega_j} \mathbf{x}, j = 1, 2, \dots, M.$$

Jedan način klasifikacije je pridruživanje uzorka (vektora) \mathbf{x} onoj klasi čiji mu je vektor prototip najbliži (Euklidova norma):

$$D_j(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{m}_j\| = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)^T (\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

Uzorak \mathbf{x} pripada onoj klasi koja ima najmanju ovako definisanu normu.

Može se pokazati da je ovaj postupak ekvivalentan računanju funkcije:

$$d_j(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{m}_j - \frac{1}{2} \mathbf{m}_j^T \mathbf{m}_j$$

i pridruživanju uzorka onoj klasi za koju se dobije najveća numerička vrijednost. Ovaj koncept se slaže sa konceptom funkcija odlučivanja.

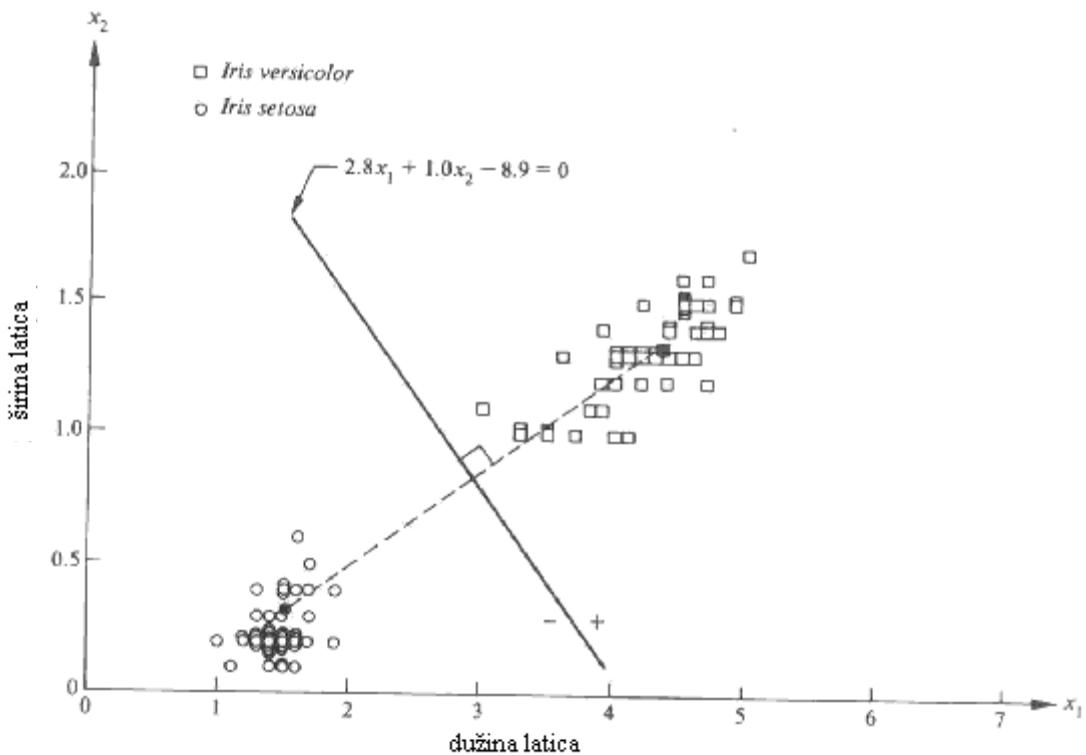
Granica između klasa određena je sa:

$$d_{ij}(\mathbf{x}) = d_i(\mathbf{x}) - d_j(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j) - \frac{1}{2} (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j)^T (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j) = 0.$$

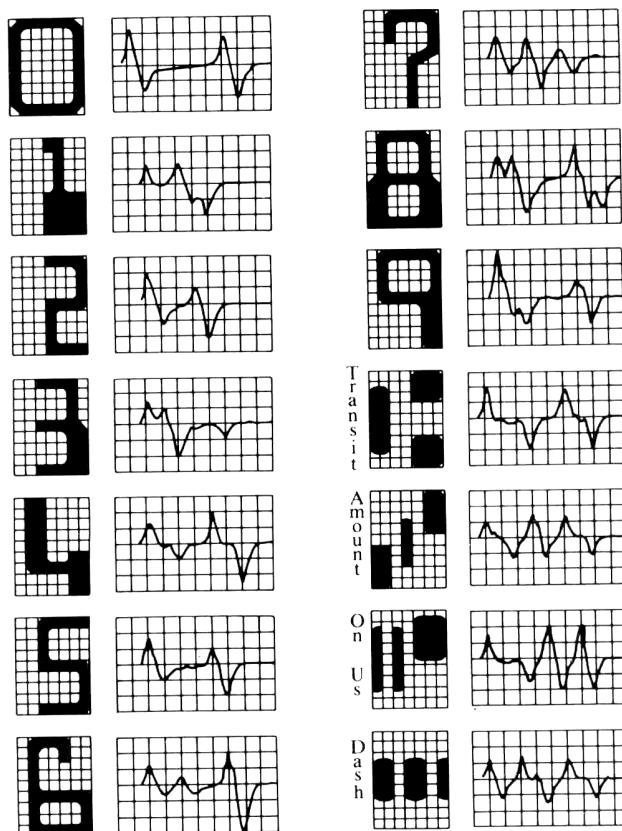
Za $n=2$ granica je prava, za $n=3$ ravan, a Za $n>4$ hiperravan. U praksi ovaj klasifikator radi dobro ako su razlike srednjih vektora klasa velike u poređenju sa rasipanjem oko srednje vrijednosti unutar svake pojedine klase.

Primjer:

Posmatrajmo standardizovani set karaktera, Slika 194. Jednodimenzionalni signal je proporcionalan brzini promjene svjetlosti koja padne na čitač. Karakteri su tako odabrani da se dobiju jednoznačni 1D signali. Prototipni vektori se jednostavno formiraju od niza odmjeraka ovih 1D signala (umjesto traženja srednje vrijednosti uzorka iz klase). Zatim se svaki uzorak poređi sa prototip vektorom (računa se njegova udaljenost od svakog prototip vektora) i pridružuje onoj klasi za koju se dobije najveća vrijednost funkcije odlučivanja, odnosno najmanja udaljenost od prototip vektora.



Slika 193. [1] Granica odlučivanja



Slika 194. [1] Standardizovani set karaktera i odgovarajući talasni oblici

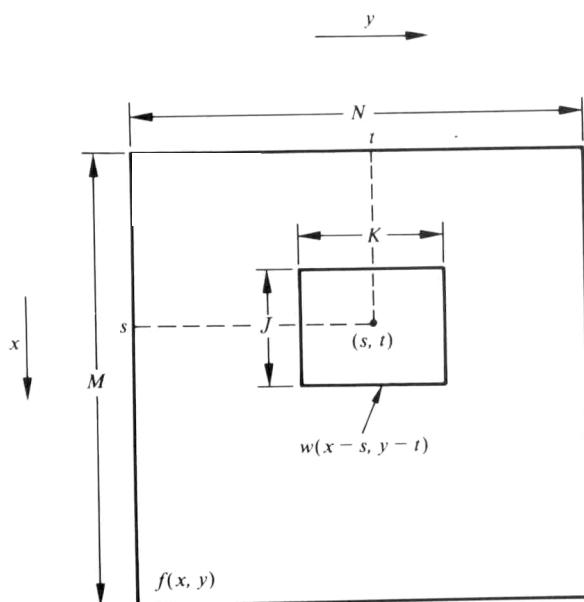
Klasifikacija na osnovu korelacije

Pronalaženje podslike $w(x, y)$ dimenzija $J \times K$ u slici $f(x, y)$ dimenzija $M \times N$ korelacijom:

$$c(s, t) = \sum_x \sum_y f(x, y) w(x - s, y - t), \quad s = 0, 1, 2, \dots, M - 1, \quad t = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

se zasniva na činjenici da je vrijednost korelacijske maksimalna kada se u slici $f(x, y)$ pronađe dio koji je najsličniji traženoj podslici $w(x, y)$.

Sama operacija korelacijske koja je veoma slična konvoluciji ilustrovana je na Slici 195. Podslika $w(x, y)$ u obliku prozora se pomijera preko slike u kojoj se traži poklapanje i nakon svakog pomaka se računa data korelaciona suma. Jedina razlika u odnosu na konvoluciju je što se ne vrši obrtanje prozorske funkcije. Treba napomenuti da se tačnost određivanja poklapanja gubi u regionima blizu rubova slike.



Slika 195. [1] Postupak određivanja korelacijske vrijednosti

Loša osobina ovog metoda je da ta što je vrijednost korelacijske zavisna od vrijednosti svjetline (ako se nivoi svjetline povećaju dva puta, dva puta se poveća i vrijednost korelacijske). Ovo se prevaziđa korištenjem *korelacionih koeficijenata* umjesto korelacijske:

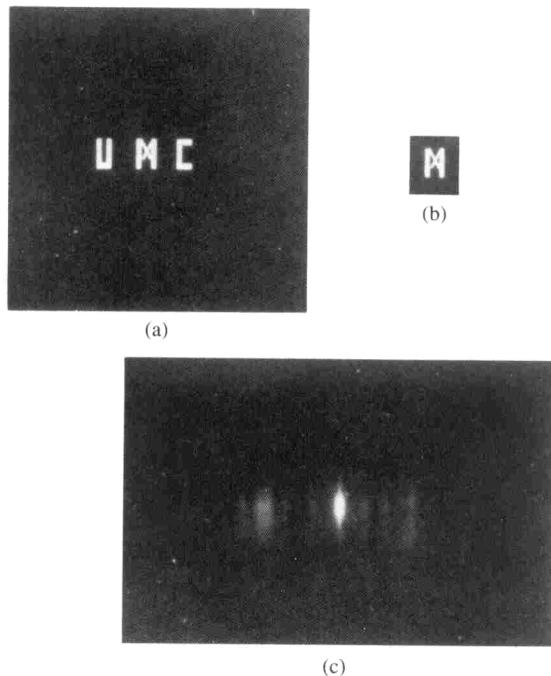
$$\gamma(s, t) = \frac{\sum_x \sum_y [f(x, y) - \bar{f}(x, y)][w(x - s, y - t) - \bar{w}]}{\left\{ \sum_x \sum_y [f(x, y) - \bar{f}(x, y)]^2 \sum_x \sum_y [w(x - s, y - t) - \bar{w}]^2 \right\}^{1/2}}, \quad s = 0, 1, 2, \dots, M - 1, \quad t = 0, 1, 2, \dots, N - 1,$$

gdje su \bar{f}, \bar{w} srednje vrijednosti. Korelacioni koeficijenti su skalirani u opseg od -1 do 1 , neovisno o promjeni u amplituda $f(x, y)$ i $w(x, y)$.

Iako je izvršena normalizacija korelacionih koeficijenata tako da su oni neosjetljivi na promjenu amplitude, normalizacija koja bi korelaciju učinila otpornom na promjenu veličine i rotacije je teška, (rotiranje slike da bi se pronašao položaj koji daje najveći korelacioni koeficijent je računski zahtjevno, kao i skaliranje po veličini). Iako se korelacija može računati u frekvencijskom domenu, zbog malih dimenzija uzorka efikasnije je računanje u prostornom domenu.

Primjer:

Postoji analogija između računanja konvolucije i količine svjetlosti koja prolazi kroz preklopljene slike. Ako bijele regije na Slici 196(a) u kojoj se traži uzorak i Slici 196(b) koja je traženi uzorak zamislimo kao otvore, i ako zamislimo da Sliku 196(b) pomijeramo preko Slike 196(a) iza koje se nalazi izvor svjetlosti, najviše svjetlosti kroz otvore će proći kada se traženi uzorak poklopi sa istim uzorkom u Slici 196(a). Rezultat konvolucije prikazan je na Slici 196(c).



Slika 196. [1] Primjer određivanja konvolucije

Optimalni klasifikatori

Potražicemo optimalne klasifikatore u smislu najmanje vjerovatnoće greške klasifikacije. Neka je vjerovatnoća da uzorak \mathbf{x} pripada klasi ω_i je označena sa $p(\omega_i/\mathbf{x})$. Ako klasifikator odluči da uzorak koji pripada klasi ω_i pripada klasi ω_j , veličinu učinjene pogreška označimo sa L_{ij} . Kako uzorak \mathbf{x} može da pripada bilo kojoj od M klasa, ukupna greška učinjena pri svrstavanju uzorka u klasu ω_j je:

$$r_j(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M L_{kj} p(\omega_k/\mathbf{x}).$$

Ova jednačina se u teoriji odlučivanja često zove *uslovni prosječni rizik* (*gubitak*). Znajući da je $p(a/b) = [p(a)p(b/a)]/p(b)$, imamo:

$$r_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{p(\mathbf{x})} \sum_{k=1}^M L_{kj} p(\mathbf{x}/\omega_k) P(\omega_k),$$

gdje je $p(\mathbf{x}/\omega_k)$ funkcija gustoće uzorka iz klase ω_k , a $P(\omega_k)$ je vjerovatnoća pojavljivanja klase ω_k . Kako je $\frac{1}{p(\mathbf{x})}$ pozitivno i zajedničko za sve $r_j(\mathbf{x}), j = 1, 2, \dots, M$, taj član se može izostaviti a da se ne naruši relativni poredak ove funkcije od najmanje ka najvećoj vrijednosti. Izraz koji predstavlja srednji gubitak je tada:

$$r(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M L_{kj} p(\mathbf{x}/\omega_k) P(\omega_k).$$

Za svaki uzorak klasifikator treba da odabere jednu od M mogućih klasa. Za uzorak \mathbf{x} se izračunaju svi $r_1(\mathbf{x}), r_2(\mathbf{x}), \dots, r_M(\mathbf{x})$ i uzorak se pridružuje klasi sa najmanjim srednjim gubitkom. Klasifikator koji minimizira ukupan srednji gubitak se naziva Bayes-ov klasifikator. Bayes-ov klasifikator pridružuje uzorak \mathbf{x} klasi ω_i ako je $r_i(\mathbf{x}) < r_j(\mathbf{x}), j = 1, 2, \dots, M; j \neq i$. Drugim riječima, uzorak \mathbf{x} pripada klasi ω_i ako je:

$$\sum_{k=1}^M L_{ki} p(\mathbf{x}/\omega_k) P(\omega_k) < \sum_{q=1}^M L_{qj} p(\mathbf{x}/\omega_q) P(\omega_q).$$

U mnogim primjenama, gubitak pri donošenju ispravne odluke je nula, dok su gubici svih pogrešnih odluka jednaki i imaju neku nenegativnu vrijednost, recimo 1. Tada je $L_{ij} = 1 - \delta_{ij}$, pa srednji gubitak postaje jednak:

$$r_j(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M (1 - \delta_{kj}) p(\mathbf{x}/\omega_k) P(\omega_k) = p(\mathbf{x}) - p(\mathbf{x}/\omega_j) P(\omega_j).$$

Dakle, uzorak \mathbf{x} će biti pridružen klasi ω_i ako je:

$$p(\mathbf{x}) - p(\mathbf{x}/\omega_i) P(\omega_i) < p(\mathbf{x}) - p(\mathbf{x}/\omega_j) P(\omega_j),$$

odnosno:

$$p(\mathbf{x}/\omega_i) P(\omega_i) > p(\mathbf{x}/\omega_j) P(\omega_j) \quad j = 1, 2, \dots, M; j \neq i.$$

Poredeći ovo sa funkcijama odlučivanja, vidimo da Bayes-ov klasifikator sa gubicima 0-1 nije ništa drugo do implementacija funkcije odlučivanja u formi:

$$d_j(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}/\omega_j) P(\omega_j) \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

gdje se uzorak \mathbf{x} pridružuje klasi ω_i ako vrijedi $d_i(\mathbf{x}) > d_j(\mathbf{x}) \forall j \neq i$.

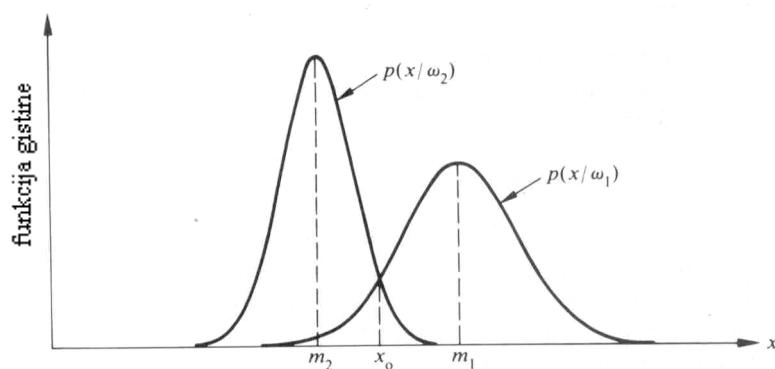
Ova funkcija odlučivanja je optimalna u smislu da minimizira srednji gubitak pogrešne klasifikacije. Da bi bila primjenljiva, neophodno je poznavati funkciju gustoće uzorka u zvaku klasi, kao i vjerovatnoću pojavljivanja svake od klasa. Drugi zahtijev uglavnom ne predstavlja problem. Ako su sve klase jednako vjerovatne, $P(\omega_j) = 1/M$. Ako to nije slučaj, na osnovu poznavanja problema može se zaključiti kakve su vjerovatnoće pojavljivanja klasa. Procjena funkcija gustoće $p(x/\omega_j)$ nije tako jednostavna. Ako je vektor uzorka n -dimenzionalan, $p(x/\omega_j)$ je funkcija od n varijabli koju je teško procijeniti, posebno kad nemamo dovoljan broj reprezentativnih uzorka iz svake klase. Zbog ovoga se primjena Bayes-ovog klasifikatora zasniva na pretpostavljenim analitičkim izrazima, čiji parametri se procjenjuju na osnovu uzorka iz svake klase. Najčešće se za $p(x/\omega_j)$ pretpostavlja Gausova funkcija gustoće. Što je ova pretpostavka bliža realnosti, to će se Bayes-ov klasifikator bolje približavati minimumu prosječnih gubitaka u klasifikaciji.

Bayes-ov klasifikator za Gausove klase uzoraka

Posmatrajmo jednodimenzionalni problem ($n=1$) sa dvije klase uzoraka ($M=2$) sa Gausovim funkcijama gustoće, Slika 197. Bayes-ove funkcije odlučivanja imaju oblik:

$$d_j(x) = p(x/\omega_j)P(\omega_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp\left[-\frac{(x-m_j)^2}{2\sigma_j^2}\right]P(\omega_j),$$

gdje su uzorci skalari.



Slika 197. [1] Funkcije gustine za jednodimenzionalni problem klasifikacije

Granica je tačka za koju vrijedi $d_1(x_0) = d_2(x_0)$. Ako je vjerovatnoća pojavljivanja obe klase jednaka, $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 1/2$, iz jednakosti funkcija odlučivanja na granici klasa slijedi $p(x_0/\omega_1) = p(x_0/\omega_2)$, dakle presjek funkcija vjerovatnoće određuje granicu klasa. Svaki uzorak (tačka) s desne strane x_0 će biti pridružen klasi ω_1 , a svaki uzorak (tačka) s lijeve strane x_0 će biti pridružen klasi ω_2 . Ako klase nisu jednako vjerovatne, granica x_0 se pomjera prema manje vjerovatnoj klasi.

U n -dimenzionalnom slučaju Gausova funkcija gustoće vektora u j -toj klasi ima formu:

$$p(\mathbf{x}/\omega_j) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\mathbf{C}_j|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)^T \mathbf{C}_j^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)\right],$$

gdje je $\mathbf{m}_j = E_j\{\mathbf{x}\}$, $\mathbf{C}_j = E\{(\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)^T\}$, a $|\mathbf{C}_j|$ je determinanta kovarijanske matrice.

Procijenjena srednja vrijednost i kovarijansna matrica na osnovu N_j uzorka iz klase ω_j su:

$$\mathbf{m}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{\mathbf{x} \in \omega_j} \mathbf{x}, \quad \mathbf{C}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{\mathbf{x} \in \omega_j} \mathbf{x}\mathbf{x}^T - \mathbf{m}_j \mathbf{m}_j^T.$$

Dijagonalni elementi c_{kk} kovarijanske matrice predstavljaju varijansu k -tog elementa iz vektora uzorka, dok su elementi c_{jk} kovarijanse k -tog i j -tog elementa vektora uzorka. Kad su elementi x_j i x_k (deskriptori!) vektora uzorka statistički nezavisni, $c_{jk} = 0$.

Bayes-ova funkcija odlučivanja za klase uzoraka sa gubicima 0-1 je:

$$d_j(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j) \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

ali je jednostavnije raditi sa funkcijom koja je njen logaritam i koja ima iste osobine u smislu klasifikacije (jer je ln monotono rastuća funkcija), tako da za funkciju odlučivanja možemo uzeti:

$$d_j(\mathbf{x}) = \ln[p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j)] = \ln p(\mathbf{x}/\omega_j) + \ln P(\omega_j).$$

Uvrštavajući izraz za Gausovu funkciju gustoće imamo:

$$d_j(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_j) - \frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{C}_j| - \frac{1}{2} [(\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)^T \mathbf{C}_j^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)].$$

Član $\frac{n}{2} \ln 2\pi$ je isti za sve klase te se može izostaviti:

$$d_j(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_j) - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{C}_j| - \frac{1}{2} [(\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)^T \mathbf{C}_j^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_j)], \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

Poslednja jednačina predstavlja Bayes-ovu funkciju odlučivanja za Gausove klase uzoraka sa gubicima 0-1. Ona ima oblik *hiperkvadratne* funkcije (kvadratna funkcija u n -dimenzionalnom prostoru) jer se ne pojavljuju komponente od \mathbf{x} reda većeg od dva.

Najbolje što se može postići Bayes-ovim klasifikatorom za Gausove klase uzoraka je da se postavi površ drugog reda između svake dvije klase uzoraka. Ako su populacije uzorka zaista Gausove, ne postoji druga površ koja će bolje razgraničiti klase u smislu najmanjih prosječnih gubitaka u klasifikaciji.

Ako su sve kovarijanske matrice jednake, $\mathbf{C}_j = \mathbf{C}$, $j = 1, 2, \dots, M$, izostavljanjem svih članova koji su neovisno o j , dobiva se linearna funkcija odlučivanja:

$$d_j(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_j) + \mathbf{x}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{m}_j - \frac{1}{2} \mathbf{m}_j^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{m}_j, \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

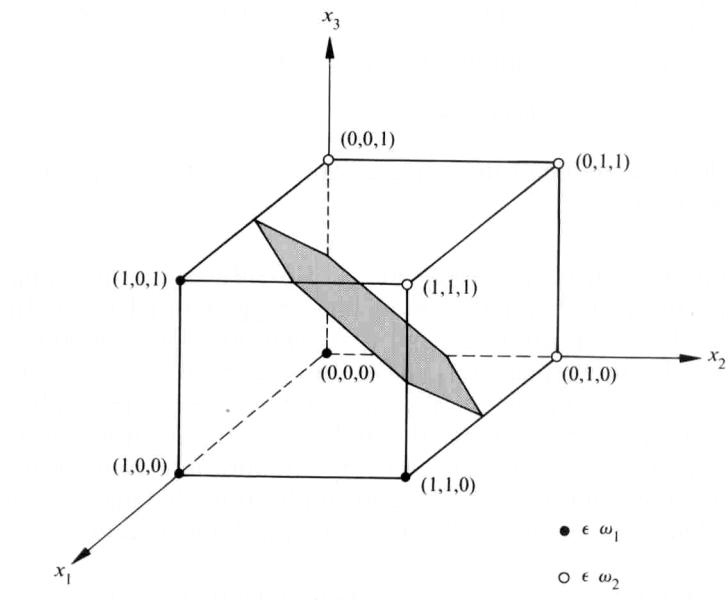
Uz to, ako je $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ i $P(\omega_j) = 1/M$, $j = 1, 2, \dots, M$ dobija se:

$$d_j(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{m}_j - \frac{1}{2} \mathbf{m}_j^T \mathbf{m}_j, \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

što je funkcija odlučivanja klasifikatora zasnovanog na minimalnoj udaljenosti. Prema tome, klasifikator zasnovan na minimalnoj udaljenosti je optimalan u Bayes-ovom smislu ako su: (1) klase uzoraka Gausove, (2) sve kovarijansne matrice jednake jediničnoj matrici, (3) vjerovatnoće svih klasa podjednake. Gausove klase uzoraka koje zadovoljavaju ove uslove su sferični oblaci identičnog oblika u n dimenzija (zvani *hipersfere*). Klasifikator zasnovan na minimalnim udaljenostima postavlja *hiperravan* između svake dvije klase, sa osobinom da hiperravan okomito siječe linijski segment koji spaja centre dviju sfera. U dvije dimenzije, klase čine kružni regioni, a granica je linija koja okomito siječe duž koja spaja centar dvije klase.

Primjer:

Na Slici 198 su prikazani uzorci koji pripadaju dvjema klasama u tri dimenzije. Pretpostavka je da se radi o Gausovoj raspodjeli.



Slika 198. [1] Dvije klase uzoraka i Bayes-ova granica

Postupak rada Bayes-ovog klasifikatora počinje određivanjem:

$$\mathbf{m}_1 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_2 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \mathbf{C} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ako pretpostvimo $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 1/2$ član $\ln P(\omega_j)$ se može ispuštiti:

$$d_j(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{m}_j - \frac{1}{2} \mathbf{m}_j^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{m}_j,$$

gdje je:

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 8 & -4 & -4 \\ -4 & 8 & 4 \\ -4 & 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

Funkcije odlučivanja su:

$$d_1(\mathbf{x}) = 4x_1 - 1.5,$$

$$d_2(\mathbf{x}) = -4x_1 + 8x_2 + 8x_3 - 5.5,$$

dok je granična površ data sa:

$$d_1(\mathbf{x}) - d_2(\mathbf{x}) = 8x_1 - 8x_2 - 8x_3 + 4 = 0.$$