

Vježba 1. Frekvencijska analiza signala korištenjem DFT (2)

Curenje spektra

Uputstvo

DFT je u MATLAB-u implementirana FFT algoritmom. Sintaksa funkcije je:

```
X = fft(x, N)
```

gdje je x ulazni signal, N broj tačaka u kojima se izračunava DFT, a X sadrži odmjerke DFT datog signala. Ukoliko je trajanje signala x kraće od N , vrši se dopunjavanje nulama, a ukoliko je duže od N , koristi se samo prvih N odmjeraka, dok se ostali zanemaruju.

Vektor digitalnih frekvencija koje odgovaraju odmjercima DFT u N tačaka može se generisati pomoću:

```
k = 0:N - 1;
```

```
w = 2*pi*k/N;
```

Kod crtanja spektara diskretnih signala, radi preglednosti je pogodno normalizovati frekvencijsku osu sa π rad/odmjerku, tako da se u poslednjoj naredbi može izostaviti konstanta π .

Hammingov prozor se može generisati funkcijom:

```
w = hamming(N)
```

gdje je N dužina prozora, a w sadrži odmjerke prozora.

Blackmanov prozor se može generisati funkcijom:

```
w = blackman(N)
```

u kojoj je značenje argumenata isto kao kod funkcije `hamming`.

Prozor se na signal primjenjuje množenjem tačku po tačku. Dakle, ako su u promjenljivim x i w odmjerki signala i prozora, respektivno, primjenom prozora dobijamo signal:

```
y = x .* w
```

Zadaci

1. Dat je diskretni signal $x(n) = \cos(2\pi n/\sqrt{31})$. Generisati $L = 32$ odmjerka datog signala. Nacrtati signal u vremenskom domenu. Da li je signal periodičan?
2. Koristeći MATLAB izračunati DFT datog signala u $N = 32$ tačke.
3. Nacrtati moduo DFT, a na apscisi označiti indeks DFT (koristiti naredbu `stem`).
4. Nacrtati amplitudni spektar diskretnog signala $x(n)$ (kontinualna funkcija, koristiti naredbu `plot`) tako da na apscisi bude digitalna frekvencija normalizovana tako da vrijednost 1 odgovara frekvenciji od π rad/odmjerku. Nacrtati dva grafika: na jednom na ordinati treba da bude moduo spektra signala, a na drugom moduo u dB. Da li je došlo do curenja spektra signala? Objasniti. Zašto se na dobijenom spektru ne vide bočni lukovi karakteristični za izračunavanje spektra na osnovu sekvence konačnog trajanja?
5. Koristeći MATLAB izračunati DFT signala iz tačke 1. u $N = 512$ tačaka.
6. Pomoću DFT određene u prethodnoj tački nacrtati amplitudni spektar datog signala (kontinualna funkcija, koristiti naredbu `plot`) tako da na apscisi bude digitalna frekvencija normalizovana tako da vrijednost 1 odgovara frekvenciji od π rad/odmjerku. Nacrtati dva grafika: na jednom na ordinati treba da bude moduo spektra signala, a na drugom moduo u dB.

- Objasniti razliku između dobijenih grafika i grafika iz tačke 4. Kolika je razlika u dB između maksimuma glavnog i bočnih lukova spektra?
7. Generisati Blackmanov prozor dužine $L = 32$. Nacrtati prozor u vremenskom domenu. Koristeći MATLAB izračunati DFT Blackmanovog prozora u $N = 512$ tačaka. Nacrtati amplitudni spektar ovog prozora.
 8. Formirati novi signal primjenom Blackmanovog prozora na signal iz tačke 1. Nacrtati dobijeni signal u vremenskom domenu.
 9. Izračunati DFT dobijenog signala u $N = 512$ tačaka.
 10. Pomoću DFT određene u prethodnoj tački nacrtati amplitudni spektar diskretnog signala iz tačke 8. (kontinualna funkcija, koristiti naredbu `plot`) tako da na apscisi bude digitalna frekvencija normalizovana tako da vrijednost 1 odgovara frekvenciji od π rad/odmjerku. Nacrtati dva grafika: na jednom na ordinati treba da bude moduo spektra signala, a na drugom moduo u dB. Kolika je razlika u dB između maksimuma glavnog i bočnih lukova spektra? Objasniti razliku između dobijenih grafika i grafika iz tačke 6.
 11. Ponoviti tačke 7-10 za Hammingov prozor. Objasniti razlike u dobijenim rezultatima u odnosu na Blackmanov prozor.

Spektralna analiza analognih signala pomoću DFT

12. Napisati funkciju u MATLAB-u koji će računati i crtati spektar diskretizovanog analognog signala: `freqplot(x, Fs, N, win)`, čiji su ulazni argumenti vektor x u kojem su odmjeri signala, upotrebljena frekvencija odmjeravanja F_S , broj tačaka u kojima se računa DFT N i odmjeri prozorske funkcije koja će se koristiti win . Na apscisi grafika treba da bude frekvencija u Hercima, pri čemu treba crtati samo spektar signala za pozitivne frekvencije (fizički spektar). Na ordinati treba da bude magnituda signala. Kako biste ovo postigli poslužite se relacijom koja daje vezu između odmjeraka DFT i koeficijenata Furijeovog reda. Primjer poziva funkcije:

```
L = 32;
n = 0:L-1;
x = cos(0.25*pi*n);
win = hamming(L);
freqplot(x, 8000, 256, win);
```

13. Testirati napisanu funkciju za signal $x(t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi F_1 t) + \cos(2\pi F_2 t)$, gdje su $F_1 = 22\text{Hz}$, $F_2 = 41\text{Hz}$, a frekvencija odmjeravanja $F_S = 100\text{Hz}$. Generisati 16 odmjeraka datog signala i nacrtati spektre dobijene pomoću DFT u 16 i 128 tačaka. Takođe, upotrebite pravougaoni i Hemingov prozor. U kojim slučajevima je moguće odrediti tačan broj i frekvencije komponentata signala?