

## Vježba 6. Projektovanje digitalnih filtara

### Funkcije Signal Processing Toolboxa za projektovanje IIR filtara

Tradicionalan pristup projektovanju IIR filtara sastoji se u projektovanju analognog filtra koji zadovoljava specifikacije i u njegovom preslikavanju u digitalni filter. Ovaj pristup je dobar zato što su metode projektovanja analognih filtara vrlo razvijene i jednostavne. Preslikavanje analognog filtra u digitalni domen vrši se pomoću sledećih funkcija:

```
[BZ, AZ] =impinvar(B, A, Fs)
```

Preslikavanje analognog filtra u digitalni metodom impulsne invarijanse:

- B, A – brojnik i nazivnik funkcije prenosa analognog filtra, respektivno,
- Fs – frekvencija odmeravanja u Hz,
- BZ, AZ – brojnik i nazivnik funkcije prenosa digitalnog filtra, respektivno.

```
[NUMd, DEND] = bilinear(NUM, DEN, Fs)
```

Preslikavanje analognog filtra u digitalni bilinearnom transformacijom:

- NUM, DEN – brojnik i nazivnik funkcije prenosa analognog filtra, respektivno,
- Fs – frekvencija odmeravanja u Hz,
- NUMd, DEND – brojnik i nazivnik funkcije prenosa digitalnog filtra.

Pored ovih metoda za preslikavanje analognih filtara u digitalne, funkcije prenosa digitalnih filtara se mogu direktno određivati korištenjem funkcija za projektovanje filtara pomenutih u drugoj vježbi. Razlika je u tome što se sada zadaju granične frekvencije u digitalnom domenu, tj. opseg vrijednosti je 0 do 1, gdje 1 odgovara Nikvistovoj frekvenciji ( $\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{odmjerku}}$ ) i

izostavlja se argument 's'. U ovom slučaju se za preslikavanje filtara u digitalni domen koristi bilinearna transformacija.

Frekvencijske transformacije digitalnih filtara:

1. Preslikavanje niskopropusnog prototipa u niskopropusni filter.

```
[Num, Den] = iirlp2lp(B, A, Wo, Wt)
```

- B, A – brojnik i nazivnik funkcije prenosa niskopropusnog prototipa,
- Wo – vrijednost frekvencije koja se transformiše,
- Wt – željena vrijednost frekvencije,
- Num, Den – brojnik i nazivnik funkcije prenosa rezultujućeg filtra.

2. Preslikavanje niskopropusnog prototipa u visokopropusni filter.

```
[Num, Den] = iirlp2hp(B, A, Wo, Wt)
```

- B, A – brojnik i nazivnik funkcije prenosa niskopropusnog prototipa,

- $W_o$  – vrijednost frekvencije koja se transformiše,
  - $W_t$  – željena vrijednost frekvencije,
  - Num, Den – brojnik i nazivnik funkcije prenosa rezultujućeg filtra.
3. Preslikavanje niskopropusnog prototipa u filter propusnik opsega.
- $[Num, Den] = \text{iirlp2bp}(B, A, W_o, W_t)$
- B, A – brojnik i nazivnik funkcije prenosa niskopropusnog prototipa,
  - $W_o$  – vrijednost frekvencije na karakteristici NP prototipa,
  - $W_t$  – vektor željenih vrijednosti frekvencije,
  - Num, Den – brojnik i nazivnik funkcije prenosa rezultujućeg filtra.
4. Preslikavanje niskopropusnog prototipa u filter nepropusnik opsega.
- $[Num, Den] = \text{iirlp2bs}(B, A, W_o, W_t)$
- B, A – brojnik i nazivnik funkcije prenosa niskopropusnog prototipa,
  - $W_o$  – vrijednost frekvencije na karakteristici NP prototipa,
  - $W_t$  – vektor željenih vrijednosti frekvencije,
  - Num, Den – brojnik i nazivnik funkcije prenosa rezultujućeg filtra.

U svim pomenutim funkcijama frekvencije su normalizovane na opseg  $[0, 1]$ , gdje 1 odgovara polovini brzine odmjeravanja (Nikvistovoj frekvenciji).

## Funkcije Signal Processing Toolboxa za projektovanje FIR filtera

Pomenućemo samo funkcije za projektovanje FIR filtera množenjem prozorskim funkcijama i odmjeravanjem u frekvenciji.

### 1. Množenje prozorskim funkcijama

$$B = \text{fir1}(N, W_n, WIN)$$

$N$  – red filtera koji se projektuje,

$W_n$  – granična frekvencija filtera, tj. frekvencija na kojoj vrijednost slabljenja iznosi 6dB,

$WIN$  – vektor dužine  $N + 1$  u kojem se nalazi impulsni odziv prozora koji se koristi za projektovanje,

$B$  – vektor dužine  $N + 1$  u kojem se nalaze koeficijenti rezultujućeg FIR filtera.

Opisana sintaksa se koristi za projektovanje niskopropusnog filtera. Za sintaksu koja se koristi za projektovanje ostalih tipova filtera vidjeti dokumentaciju.

Pri projektovanju FIR filtera ovom metodom koriste se različiti prozori čiji se impulsni odzivi mogu dobiti sledećim funkcijama Signal Processing Toolboxa:

#### a. Pravougaoni prozor dužine $N$ :

$$WIN = \text{boxcar}(N)$$

#### b. Bartletov prozor dužine $N$ :

$$WIN = \text{bartlett}(N)$$

#### c. Hanov prozor dužine $N$ :

$$WIN = \text{hanning}(N)$$

- d. Hemingov prozor dužine N:  
 $WIN = \text{hamming}(N)$
- e. Blekmenov prozor dužine N:  
 $WIN = \text{blackman}(N)$
- f. Kajzerov prozor dužine N:  
 $WIN = \text{kaiser}(N)$
2. Metoda odmjera vanja u frekvenciji:  
 $B = \text{FIR2}(N, F, A, WIN)$   
 N – red filtra,  
 F – vektor frekvencija u kojima su zadati odmjerci,  
 A – vektor odmjera ka amplitudne karakteristike (mora biti iste dužine kao F),  
 WIN – vektor dužine N + 1 u kojem se nalazi impulsni odziv prozora koji se koristi.  
 Kako biste dobili rezultate koji odgovaraju teoriji izloženoj na predavanjima koristite  $\text{rectwin}(N+1)$ ,  
 B – vektor koeficijenata rezultujućeg FIR filtra.

## Zadaci

### Projektovanje IIR filtara

Dati su zahtjevi za digitalni filter kojim će se obrađivati signal dobijen diskretizacijom analognog signala:

- jednolike oscilacije u propusnom opsegu,
  - granična frekvencija propusnog opsega 1000Hz,
  - granična frekvencija nepropusnog opsega 3000Hz,
  - maksimalno dozvoljeno slabljenje u propusnom opsegu 1dB,
  - minimalno potrebno slabljenje u nepropusnom opsegu 20dB.
  - frekvencija odmjera vanja 8000Hz.
- 1) Odrediti funkciju prenosa analognog filtra koji zadovoljava date zahtjeve;
  - 2) Preslikati dobijeni filter u digitalni korištenjem bilinearne transformacije;
  - 3) Nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku dobijenog digitalnog filtra;
  - 4) Uporedo nacrtati amplitudnu karakteristiku analognog i digitalnog filtra;
  - 5) Odrediti slabljenja dobijenog filtra za jednosmjerni signal, granične učestanosti propusnog i nepropusnog opsega i maksimalnu učestanost koja se može rekonstruisati na izlazu iz ovog diskretnog sistema. Komentarisati;
  - 6) Zahtjeve koje treba da zadovolji frekvencijska karakteristika filtra preslikati u digitalni domen;
  - 7) Korištenjem bilinearne transformacije odrediti funkciju prenosa digitalnog filtra koji zadovoljava zahtjeve pod 6);
  - 8) Nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku dobijenog digitalnog filtra;
  - 9) Uporedo nacrtati amplitudnu karakteristiku analognog i digitalnog filtra;

- 10) Odrediti slabljenja dobijenog filtra za jednosmjerni signal, granične učestanosti propusnog i nepropusnog opsega i maksimalnu učestanost koja se može rekonstruisati na izlazu iz ovog diskretnog sistema. Komentarisati;
- 11) Tačke 7-10 ponoviti korištenjem metoda impulsne invarijanse.
- 12) Dat je kontinualni signal  $x_a(t) = \cos 2\pi 500t + \cos 2\pi 3500t$ . Odrediti diskretni signal koji se dobija diskretizovanjem ovog signala sa frekvencijom odmjeravanja 8000Hz. Kolike su digitalne frekvencije komponenata?
- 13) Generisati 128 odmjeraka ovog signala. Nacrtati ovaj signal u vremenskom domenu i njegov spektar.
- 14) Dovedi ovaj signal na ulaz filtera projektovanih u tačkama 1, odnosno, 2. Nacrtati izlazni signal. Dati komentar dobijenog rezultata. Nacrtati spektar signala na izlazu iz filtera. Komentarisati.

### Projektovanje FIR filtera

Dat je idealni niskopropusni filter:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \pi/3 \\ 0, & \pi/3 \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

- 1) Nacrtajte frekvencijsku karakteristiku ovog filtera;
- 2) Analitički odredite i skicirajte impulsni odziv ovog filtera;
- 3) Da biste dobili FIR filter na osnovu ovog IIR filtera, pomnožite impulsni odziv pravougaonom prozorskom funkcijom. Izaberite različite dužine prozorske funkcije, npr. 9, 21, 31, 51. Nacrtajte frekvencijske karakteristike dobijenih filtera. Posmatrajte širinu prelaznog opsega i slabljenje u nepropusnom opsegu. Šta se dešava sa povećanjem reda FIR filtera (dužine prozorske funkcije)?
- 4) Pomnožite impulsni odziv IIR filtera Bartletovom, Hanningovom, Hammingovom i Blackmanovom prozorskom funkcijom dužine 31. Nacrtajte frekvencijske karakteristike dobijenih filtera. Posmatrajte širinu prelaznog opsega i slabljenje u nepropusnom opsegu. Šta se dešava sa povećanjem reda FIR filtera (dužine prozorske funkcije)?
- 5) Na osnovu zapažanja iz prethodne dvije tačke pokušajte formulisati kako izbor vrste prozorske funkcije i njene dužine utiče na širinu prelaznog opsega i slabljenje u nepropusnom opsegu.