

2 Компресија 2D слика

У природи постоје догађаји чији се исход може претоставити на основу раније стеченог искуства. Међутим, дешава се да та предвиђања буду погрешна, али у просјеку, способност предвиђања развија се сразмјерно стеченом искуству. Овакве догађаје, чије се исходи не могу поуздано предвидјети називају се **случајни процеси**. Управо због тога што вриједности пиксела на слици коју посматрамо не можемо са сигурношћу предвидјети, слика се може посматрати као једна реализација случајног процеса.

2.1 Ентропија

Прије појашњења самог појма **ентропија** потребно је објаснити појам информације. Наиме, иако се људи често сусрећу са овим појмом, те се користе изразима „мало” или „много” информација, они не слуте да се информација може мјерити. Па тако, ако се прими очекивана вијест, као што је нпр. временска прогноза да ће још један августовски дан бити јако топао и сунчан, оваква вијест нам не доноси „много информација”, јер је иста била и очекивана. Насупрот овоме, ако је временска прогноза таква да је за августовски дан најављено захлађење, падавине, невријеме, оваква порука доноси „много информација” јер је иста и неочекивана. Према томе, порука која се очекује, садржи мало информација, и обрнуто, неочекивана порука садржи много информација [2].

Ради квантитативне оцјене појма информације, као мјера за количину информација у некој поруци може се искористити величина промјене вјероватноће догађаја под утицајем примљене поруке.

Ако се претпостави да корисник зна природу процеса који посматра, те да је заинтересован само за једно дискретно стање случајног процеса x , количина информација $Q(x)$ коју садржи порука о том стању, те априорна вјероватноћа датог стања $P(x)$ су обрнуто пропорционалне величине, тј.:

$$Q(x) \div \frac{1}{P(x)}. \quad (2.1.1)$$

Аналогно, ако се посматрају два стања x и y која наступају један иза другог након τ секунди, онда је количина информација о здруженом стању $Q(x, y, \tau)$ обрнуто сразмјерна здруженој вјероватноћи догађаја $P(x, y, \tau)$. Ако су ова стања међусобно независна, онда вриједи:

$$Q(x, y) \div \frac{1}{P(x)} \frac{1}{P(y)}. \quad (2.1.2)$$

Како је уобичајно да се информације у свакодневном животу сабирају, тако се и претходни израз уобличава како би имао својство адитивности, за шта се користи логаритам реципрочне вриједности вјероватноће. Односно:

$$Q(x, y) = \log_b \frac{1}{P(x)} + \log_b \frac{1}{P(y)}, \quad (2.1.3)$$

гдје основа b може бити 10 [Hartley], природан број $\in [nat]$ или 2 [bit].

Извори код којих је појављивање појединих симбола на излазу статистички потпуно независно називају се извори без меморије. Познавајући појам информације, те ограничававањем разматрања на изворе без меморије се може дефинисати и сам појам ентропије као статистичка средња количина информација по једном симболу извора. То је уствари мјерило просјечне неизвјесности о појављивању неког симбола са листе симбола посматраног извора, односно мјера несигурности система што се записује као:

$$H(x) \equiv \sum_{i=1}^q P(x_i) \log_2 \frac{1}{P(x_i)} \left[\frac{bit}{simbolu} \right]. \quad (2.1.4)$$

Кад се као извор посматра слика, а пиксели као симболи тог извора, онда се представља различите интензитете свјетлина на слици.

Дакле, величина ентропије нумерички означава просјечан број бита по једном симболу извора. Ако је функција расподеле симбола извора униформна, тј. ако су сви симболи подједнако вјероватни, тада ће и ентропија извора имати максималу вриједност[2].

$$P(x) = \frac{1}{q}; \quad i = 1, 2, \dots, q \Rightarrow H(x)_{\max} = \sum_{i=1}^q \frac{1}{q} \log_2 q = \log_2 q \left[\frac{bit}{simbolu} \right]. \quad (2.1.5)$$

У супротном вриједи да је $H(x) < \log_2 q$.

Аналогно, посматрајући слике као изворе симбола, односно пикселе као симболе датог извора, све претходно се може примјенити и при дигиталној обради слике, односно, можемо говорити о ентропији слике. Па тако, под ентропијом слике се подразумјева статистичка средња количина информација коју носи сваки пиксел на слици. Вриједност ентропије говори о просјечном броју бита потребном за меморисање сваког од пиксела.

2.2 Редунданса

У стварности најчешће је случај да симболи који потичу од неког извора имају неуниформну расподелу вјероватноћа појављивања, а симболи су између себе у већој или мањој мјери корелисани тако да је стварна ентропија таквог извора увијек мања од максималне. Овакви извори код којих појављивање неког симбола зависи од претходног стања извора називају се *Марковљеви*¹⁵ извори (дискретан извор са меморијом), те садрже „*информациону сувишност*“ или *редундансу*. Редунданса се дефинише и изражава у процентима као:

$$R = \frac{H(x)_{\max} - H(x)}{H(x)_{\max}} 100 [\%]. \quad (2.2.1)$$

Редунданса кодовања показује колики је нормирани вишак средњег броја кодних знакова у односу на њихов минимално потребан просјечан број. Што је она ближа 1 то кодни знак у просјеку садржи више редундансе[2].

Посматрајући пикселе на слици могу се дефинисати појмови:

- **Просторна редунданса** – Сусједни пиксели на слици су врло слични или исти, што значи да нови пиксел на који се наилази скенирањем слике не носи пуно информација.
- **Статистичка редунданса** – Особина да се неке вриједности пиксела на слици појављују чешће од других.
- **Психовизуелна редунданса** – Човјеков визуелни систем није савршен, те на слици постоје информације које људско око не види.

2.3 Компресија слика

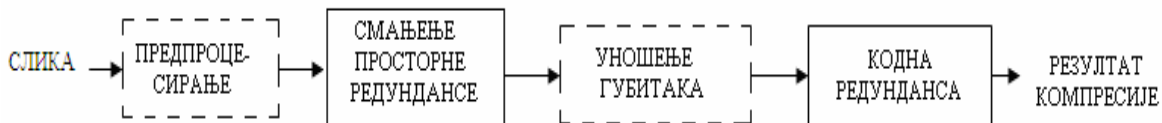
Општа шема копресије слике може се представити као на Слици 2.1. Наиме, у зависности од тога каква компресија података се врши и који од стандарда се при томе примјењују, у генералној шеми за компресију се може појавити више или мање блокова. Генерално, уочава се неколико блокова.

- **Претпроцесирање** подразумијева погоднију представу података неких од стандарда за компресију слике. Па тако се код *JPEG (Joint Photographic Experts Groups)* стандарда цијели позитивни бројеви из опсега $[0, 2^p - 1]$ пребацују у опсег $[-2^{p-1}, +2^{p-1} - 1]$. У неким методама за компресију слике није неопходно вршити претпроцесирање, па је овај блок исцртан као опциони.
- **Смањење просторне редундансе** подразумијева примјену техника компресије као што је предикција, које узимају у обзир постојање корелације између сусједних пиксела, односно, особине да нови пиксели на

¹⁵ Andrey Markov, руски математичар

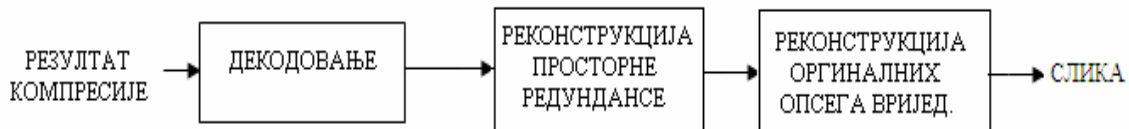
које се наилази скенирањем слике не носе пуно информација. Примјеном оваквих метода се смањује ентропија слике.

- **Уношење губитака** је још један опциони блок, који се примјењује у случају компресије слике са губицима, стога се у овом раду неће користити. Овај поступак подразумјева занемарење појединих компонената у случају компресије нпр. трансформационом методом или заокруживање вриједности које се врши процесом квантовања вриједности пиксела на слици чиме се смањује количина података.
- Кад се спомиње **кодна редунданса** то подразумјева искориштење неких већ раније уочених особина пиксела на слици. Наиме, послје проласка кроз други блок који се односи на искориштење особина просторне редундансе, хистограм грешке предикције која се даље преноси и обрађује има изражен максимум око нулте вриједности, што ради постизања још бољег степена компресије намеће додатни поступак кодовања неким од ентропијских кодера. Као резултат компресије добијамо податак који заузима мањи меморијски простор и чија је ентропија знатно мања од ентропије оригиналног податка.



Слика 2.1 – Генерална шема компресије

Генерална шема која ће из резултата компресије поново вратити оригинални податак (у себи не садржи блокове који уносе губитке), односно она која описује обрнут поступак од претходно наведеног у себи садржи блокове који су поредани обрнутим редослиједом од претходног и који обављају инверзан поступак од горе наведених (Слика 2.2). Ово подразумјева да се прво ради декодовање оним ентропијским декодером који је инверзан већ раније примјењеном ентропијском кодеру у поступку компресије и тако редом. Затим се врши поступак обрнут оном који се користио за уклањање просторне редундансе, те се добијене вриједности враћају у почетни опсег вриједности што на излазу даје потпуно реконструисану почетну слику без губитака.

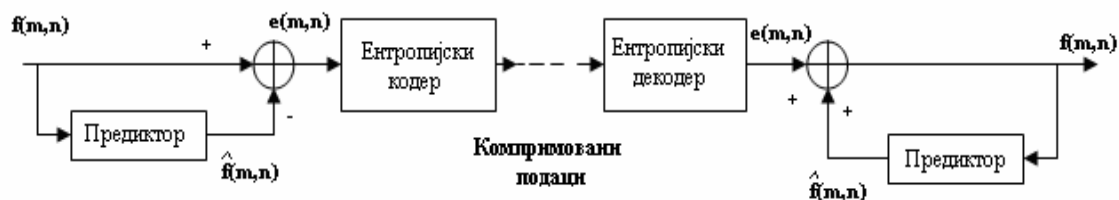


Слика 2.2 – Генерална шема реконструкције оригиналног податка

2.4 Предиктивне методе компресије слике

Компресија слике без губитака се може извршити различитим методама, а све у циљу постизања што бољег степена компресије. Неке од метода подразумевају кориштење трансформационих техника за компресију, док су друге засноване на методама предикције. Због своје једноставности, као и велике корелације између сусједних пиксела које имамо на медицинским сликама, у овом раду ће се за компресију медицинских слика користити предиктивне методе.

Поступак компресије мирне слике предиктивним кодовањем без губитака, као и поступак њене реконструкције приказани су блок шемом на Слици 2.3[1].



Слика 2.3 - Предиктивно кодовање слике без губитака

Ентропијски кодер ради тако што вриједности које се често појављују кодује кратким секвенцама, док оне које се ријетко појављују кодују дужим секвенцама, чиме се повећава количина информација који се преноси и обрађује у јединици времена¹⁶, а који постаје приближно једнак вриједности ентропије. Подсјетимо да се као ентропијски кодер може користити Хафманов кодер, аритметички кодер, *Golomb-Ruce* кодер итд.. Хистограм грешке предикције која се добија као разлика процијењене вриједности сваког пиксела од одговарајуће стварне вриједности има мали број нивоа, те изражен максимум око нуле, из чега се може закаључити да се за успјешну компресију података може искористити Хафманов кодер.

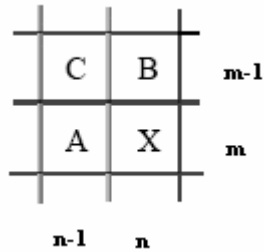
Реконструкција слике се добија инверзним поступком. Након декодовања се добија реконструисана слика грешке предикције из које се примјеном истовјетног предиктора и већ реконструисаних података о пикселима у истој и претходној линији добија цијела слика.

Предиктивне методе се врло успјешно примјењују при компресији слике без губитака, те ће се оне у даљем тексту обрадити као засебни предиктори. Како на сликама постоји висок степен корелације између сусједних пикела, вриједност неког пиксела се може успјешно процијенити на основу вриједности његових сусједних пиксела. Овакав поступак није захтјеван, те се као такав веома често примјењује.

¹⁶ Bit rate

2.4.1 Lossless JPEG

Предиктивно кодовање без губитака користи се и у *JPEG* стандарду за компресију мирних слика. Надоградња овог стандарда је **Lossless JPEG** и он подразумјева више начина компресије у зависности од тога који од сусједних пиксела су кориштени за предикцију. Распоред тих сусједних пиксела у дводимензионалном простору који се користи за предикцију најчешће изгледа као на Слици 2.4.



Слика 2.4 - Примјер доводимензионалног простора који се користи за предикцију

Предикцију једноставно можемо описати сљедећом формулом:

$$e(m,n) = f(m,n) - \hat{f}(m,n), \quad (2.4.1.1)$$

гдје је $\hat{f}(m,n) = P\{f(m-i, n-j)\}$, $i, j \in W$, а W је посматрани дводимензионални простор.

Како прописује стандард, за предикцију се користе вриједности пиксела из исте или претходне линије, односно функција $\hat{f}(m,n)$ узима различите вриједности које су приказане у другој колони Табеле 2.1. Примјећује се да су предикције под редним бројевима 1, 2, 3 једнодимензионалне секвенце, а оне под редним бројевима 4, 5, 6, 7 дводимензионалне, те да у случају под редним бројем 0 немамо предикције. Који од поменутих начина предикције ће се користити одређује се у старту, односно, извршава се само један од њих.

Табела 2.1 - *JPEG* предиктори

Редни број	Предикција
0	X (без предикције)
1	A
2	B
3	C
4	A+B-C
5	A+(B-C)/2
6	B+(A-C)/2
7	(A+B)/2

Да би се постигли још бољи резултати приликом предикције мирних слика могу се извршити додатна побољшања у склопу дводимензионалних *JPEG* предиктора која нису предложена у стандарду. Наиме, исти не врше никакву предикцију пиксела у првој врсти и првој колони мирне слике, јер не постоје пиксели у колони лијево и изнад на основу којих би се могла извршити предикција. Међутим, ови пиксели се могу такође предиковати, али неким од једнодимензионалних предиктора, што ће дати још боље резултате предикције. Па тако, при предикцији пиксела прве колоне предикција се врши на основу пиксела изнад, а при предикцији прве врсте предикција пиксела се врши на основу лијевог пиксела. То је у овом раду и примјењено, а резултати и поређења примијењених метода су дати у тачки 2.6 ове главе.

2.4.2 MED

JPEG-LS представља ефикасан алгоритам за предикцију медицинских слика. Сачињен је из више фаза које заједно нуде бољи степен компресије од *lossless JPEG* метода. Претеча *JPEG-LS* стандарда је *LOCO-I*¹⁷ алгоритам који је базиран на предикцији, контекстуалном моделовању и статистичком кодовању. У *LOCO-I* алгоритму усвојени распоред пиксела у дводимензионалној равни је као и код *lossless JPEG* стандарда. Његов једноставан предиктор је назван *MED (Median Edge Predictor)* предиктор, а дат је са:

$$X = \begin{cases} \min(A, B), & C \geq \max(A, B) \\ \max(A, B), & C \leq \min(A, B) \\ A + B - C, & \text{иначе} \end{cases} \quad (2.4.2.1)$$

Ово су три потпредиктора груписана у један *MED* предиктор. У првом случају можемо говорити о постојању вертикалне ивице лијево од пиксела X , у другом сличају постоји хоризонтална ивица изнад X , а у осталим случајевима X се апроксимира са $A+B-C$ [4].

Примјећује се да је ово такође дводимензионалан предиктор, што ради побољшања резултата предикције намеће његову надоградњу у виду додатне једнодимензионалне предикције пиксела прве врсте и прве колоне.

2.4.3 GAP

У *CLAIC*-у је реализован начин предикције пиксела X из W равни под називом *GAP (Gradient-adjusted predictor)*. Код оваквог начина предикције као сусједни уводе се још неки пиксели из дводимензионалног простора који се

¹⁷ *LOW COMplexity LOSSless COMpression for Images*

користе за предикцију. Најлакше их је описати помоћу пиксела названих по странама свијета што даје нови дводимензионални простор као на Слици 2.5 [4].

		NN	NNE
	NW	N	NE
WW	W	X	

Слика 2.5 - Примјер доводимензионалног простора који се користи за предикцију

Са Слике 2.5 видимо да је $N = f(m-1, n)$, $W = f(m, n-1)$, $NE = f(m-1, n+1)$, $NW = f(m-1, n-1)$, $NN = f(m-2, n)$, $WW = f(m, n-2)$, $NNE = f(m-2, n+1)$.

Вертикални и хоризонтални изводи се сада могу израчунати као:

$$\begin{aligned} d_h &= |W - WW| + |N - NW| + |N - NE|, \\ d_v &= |W - NW| + |N - NN| + |NE - NNE|. \end{aligned} \quad (2.4.3.1)$$

Када су усвојена претходне формуле може се прећи на сам алгоритам *GAP* предикције који је дат псеудокодом:

```

if ( d_v - d_h > 80) {
    f(m, n) = W
}
else if ( d_v - d_h < -80)
{
    f(m, n) = N
}
else {
    f(m, n) = (W+N) / 2 + (NE-NW) / 4

    if ( d_v - d_h > 32) {
        f(m, n) = (f(m, n) + W) / 2
    }
    else if ( d_v - d_h > 8) {
        f(m, n) = (3*f(m, n) + W) / 4
    }
    else if ( d_v - d_h < -32) {
        f(m, n) = (f(m, n) + N) / 2
    }
    else if ( d_v - d_h < -8) {
        f(m, n) = (3*f(m, n) + N) / 4
    }
}

```


Другим ријечима, овај алгоритам аналогно као и *MED* детектује хоризонталне и вертикалне ивице на слици изнад, односно лијево од посматраног пиксела X , с том разликом што се овдје може процјенити и „јачина“ тих ивица у зависности који од услова при проласку кроз алгоритам је испуњен.

Овакав метод предикције захтијева познавање пиксела из сусједне двије врсте изнад, те сусједне двије колоне лијево од посматраног пиксела, што значи да пиксели из прве двије врсте и колоне неће бити подвргнути описаном методу предикције. Исто ће се десити и са задњом колоном пиксела на слици. Како није експлицитно наведен начин предикције пиксела из ових врста и колона, да би се додатно унаприједио *GAP* алгоритам аутор се одлучио да за њихову предикцију искористи неку од једнодимензионалних метода предикције које су раније описане у склопу *JPEG* метода предикције.

2.5 Хафманов кодер

Суштина Хафмановог кодовања слике је базирана на чињеници да се неки нивои свјетлина појављују чешће, те се њима придружује кодне ријечи које имају мање бита, док се други нивои свјетлина ријетко појављују и они се представљају са кодним ријечима од више бита. Дакле, дужине кодних ријечи су различите. При процесу кодовања формира се табела кодних ријечи која повезује нивое свјетлина са тим кодним ријечима како би се минимизирала просјечна дужина кодне ријечи. Карактеристика Хафмановог кодера је то да ниједна краћа кодна ријеч не може бити префикс дуже кодне ријечи која се појављује у Хафмановој кодној књизи. Начин формирања кодне табеле ће се приказати Примјером 1.

Примјер 1 [1]:

Нека се посматра случај кад слика има осам нивоа интензитета, гдје су вјероватноће појављивања сваког од интензитета редом: 0 – 0.12, 1 – 0.26, 2 – 0.30, 3 – 0.15, 4 – 0.10, 5 – 0.03, 6 – 0.02, 7 – 0.02. Тада је Хафманова кодна књига дата Табелом 2.2.

Табела 2.2 – Хафманова кодна књига

i	Хафманов код
0	000
1	10
2	01
3	001
4	110
5	1110
6	11110
7	11111

Дакле, како би се извршило Хафманово кодовање добијене грешке предикције, потребно је реализовати функцију која ће прво од слике грешке која се преноси формирати Хафманову кодну књигу, те ће потом извршити и само кодовање вриједности пиксела на слици грешке[5]. При овом процесу кодовања вриједности свјетлина настојало се извршити оптимизовање кода како би се исти прилагодио расположивим ресурсима персоналних рачунара. То подразумева издијелени процес кодовања симбола из раније формиране кодне књиге на више или мање дијелова у зависности од броја симбола који се кодују. Још једна од корисних функција има задатак да на основу два улазна параметра који су оригинална слика, те она након кодовања даје степен постигнуте компресије [5].

2.6 Поређење предиктивних метода компресије

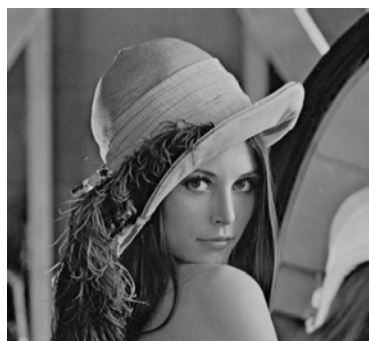
За реализовање претходно описаних метода предикције кориштен је програмски пакет MATLAB. Ту су имплементирани функције које ће од улазних слика као резултат дати слике грешке, односно разлике вриједности стварних пиксела и вриједности предикције. Једноставније речено, ове функције извршавају претходно описане предиктивне технике компресије. Функције су тако реализоване да свака од њих још као резултат даје и вриједност ентропије постигнуте појединим методама, те потврду добре реконструкције оригиналне слике при њеном читавању из меморије. Као улазни параметар за овако реализоване функције користи се оригинална слика која се жели компримовати. Изузетак при реализовању поменутих функција су оне које врше предикцију описану у тачки 2.4.2, јер као додатни улазни податак имају и редни број који функцији говори коју од метода предикције од JPEG стандарда треба извршити на слици.

Све реализоване функције везане за ово поглавље су приложене на CD-у, а списак истих је дат у Прилогу.

Додатне функције које су при реализовању предикције, те поређењу резултата кориштене у овом поглављу односе на добијање вриједности ентропије слика прије и након извршених метода предикције, те на потврду добре реконструкције оригиналне слике из меморисане слике грешке методама обрнутим од оних приликом извршавања предикције[5].

Као резултат предикције поредиће се ентропија слика након примијењених различитих метода предикције. Да би добијени подаци били релевантни у обзир су узете неке од стандардних слика за поређење успјешности компресије као што су слике *lena.pgm*, *peppers.pgm*, *boats.tiff*, *goldhill.tiff* (Слика 2.6). Исте се користе због тога што посједују карактеристике које се посматрају при дигиталној обради слике што подразумева постојање равних региона, ивица, текстура.

Напомиње се да су тестне мирне слике које су кориштене у овој глави представљене у својој умањеној варијанти, а слике у оригиналним форматима који су релевантни за тестирање налазе се на приложеном CD-у.



а)



б)



в)



г)

Слика 2.6 - Тестне слике – а)lena, б)peppers, в)boats, г)goldhill

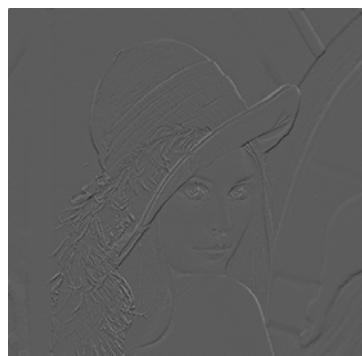
Резултати постигнути претходно описаним поступцима предикције дати су у Табели 2.2 редом за *lossless JPEG*, *MED* и *GAP* алгоритме, за све слике, те је на крају дата и просјечана вриједност по сваком од метода. Из ових табела се види да се најбољи резултати у погледу смањења ентропије, односно просјечног потребног броја бита да се представи поједини пиксел на слици приликом њеног меморисања, добијају у случају кориштења *GAP* метода предикције. За њим слиједе *MED*, те *JPEG* алгоритми за предикцију.

Напомиње се да је кориштени распоред пиксела у дводимензионалном простору за поједине методе аналоган оном који је уведен при дефинисању алгоритама за предикцију, односно као на Слици 2.4 за *lossless JPEG* и *MED*, те као на Слици 2.5 за *GAP* метод предикције.

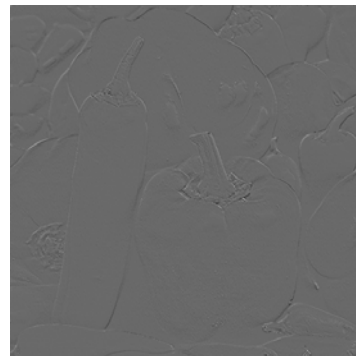
Табела 2.3 - Ентропија за *lossless JPEG*, *MED* и *GAP* предикторе

	Lena	peppers	boats	goldhill	Просјечно
X	7.4451	7.5936	7.0881	7.5300	7.4142
A	5.0650	5.0888	4.9160	5.0963	5.0145
B	4.6860	5.0213	4.6894	5.1638	4.8901
C	5.2852	5.1940	5.2681	5.5389	5.3216
A+B-C	4.8017	5.3416	4.5418	4.9986	4.9209
A+ (B-C) / 2	4.5792	5.0834	4.4889	4.8844	4.7590
B+ (A-C) / 2	4.7231	5.1094	4.5623	4.8657	4.8151
(A+B) / 2	4.6093	4.8464	4.5880	4.8484	4.7230
MED	4.5471	4.9387	4.3070	4.7161	4.6272
GAP	4.3994	4.7298	4.2839	4.6794	4.5231

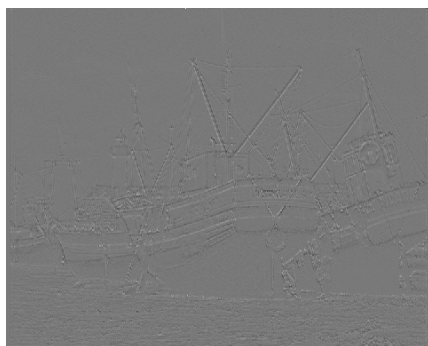
На Слици 2.7 су приказане слике грешке предикције које се након *GAP* метода предикције меморишу, те из којих се обрнутим поступком од претходно урађеног у потпуности може реконструисати оригинална слика.



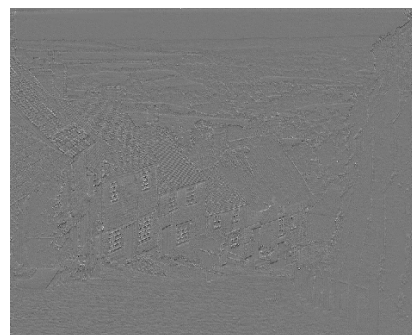
а)



б)



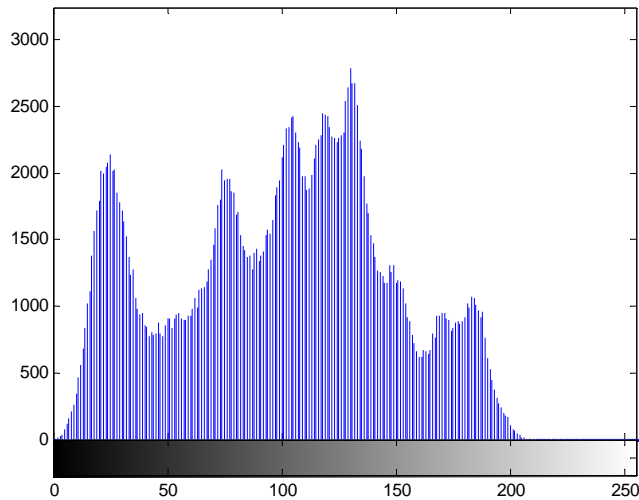
в)



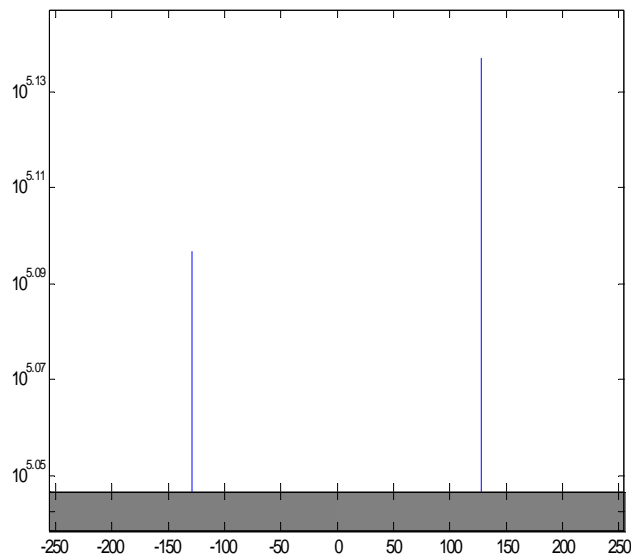
г)

Слика 2.7 - Сlike грешке предикције а)lena, б)peppers, в)boats, г)goldhill

Хистограм грешке предикције има ту карактеристику да су вриједности пиксела груписани око нуле, односно слика као таква постаје погодна за неку од ентропијских метода кодовања које ће допринијети још већој уштеди меморијског простора (Слика 2.8). У овом раду као ентропијски кодер ће се користити Хафманов кодер. У ту сврху су реализован функције које обављају поментуо кодовање, а исте су приложене уз рад на CD-у.



а)



б)

Слика 2.8 – а) Хистограм слике *lena*, б) Хистограм грешке предикције

Да би се показало побољшање које се уноси примјеном предиктивних метода кодовања прије примјене неких од ентропијских кодера поредиће се вриједности компресије постигнуте Хафмановим кодером без претходног предиктивног кодовања и оне постигнуте примјеном *GAP* метода предикције након чега се примјенио Хафманов кодер за све слике. Резултати су дати у Табели 2.4, а иста се може добити позивањем функције која је дата у Прилогу.

Табела 2.4 – Степен компресије без и са предиктивног кодовања побољшаним *GAP* алгоритмом

	Lena	peppers	boats	goldhill	Просјечно
Статистичко кодовање	1.0693	1.0480	1.1235	1.0573	1.0745
Статистичко кодовање и <i>GAP</i>	1.8000	1.6769	1.8532	1.6967	1.7567