

---

---

---

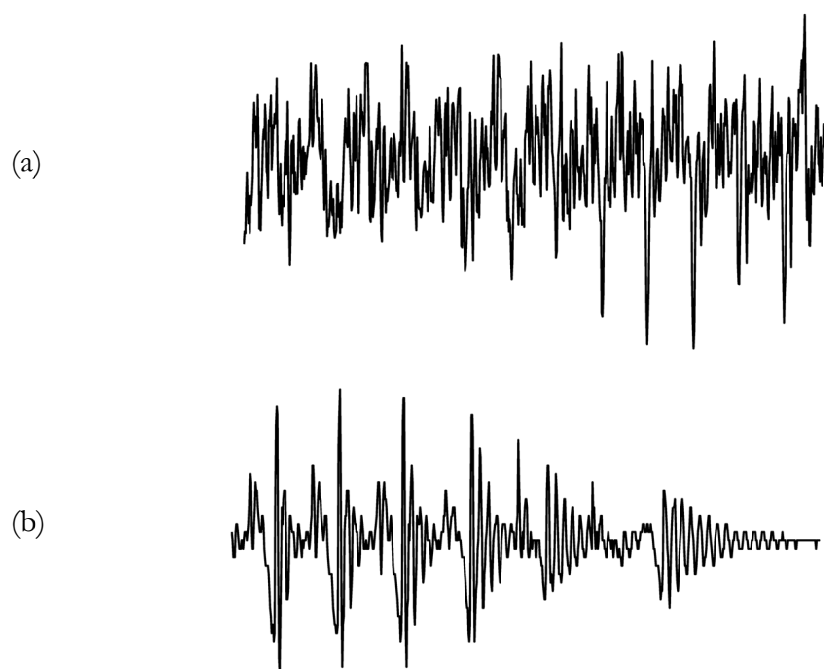
# Glava 1

## UVOD

Koncepti signala i sistema se pojavljuju u mnogim oblastima nauke i tehnologije kao što su obrada govora, slike i videa, komunikacije, biomedicinski inženjering, aeronautika i astronautika, seizmologija, kontrola hemijskih procesa, energetske sistemi, društveni sistemi, itd... Iako fizička priroda signala, ovisno o njegovom porijeklu, može biti veoma raznolika, signali uvijek opisuju neke fizičke pojave, dok sistemi za obradu signala odgovaraju na jednu ili više pobuda, generišući signale ili drugačije oblike odziva. Možemo reći da je *signal* matematička funkcija jedne ili više nezavisnih varijabli koja opisuje prirodnu ili vještački izazvanu fizičku pojavu. Budući da se sve fizičke pojave odvijaju na jedinstven način, signali moraju da budu jednoznačne funkcije.

Pri opisu fizičkih pojava signali mogu da imaju poznate i jednoznačno definisane vrijednosti za svaku vrijednost nezavisne promjenljive, osim u konačnom broju tačaka. Takve signale nazivamo *kontinualni signali*. Signale čije su vrijednosti definisane samo za diskretne vrijednosti nezavisne promjenljive nazivamo *diskretnim signalima*. Diskretni signali mogu da opisuju i fizičke pojave koje su po svojoj prirodi kontinualne. Primjer za to je signal koji sadrži informaciju o mjerenjima temperature nekog tijela. Temperatura nekog tijela je kontinualna fizička pojava jer egzistira u svakom vremenskom trenutku, dok je diskretni signal koji je opisuje definisan samo u trenucima mjerenja.

Signalima se može opisati mnoštvo različitih fizičkih pojava. Npr. ljudski govorni mehanizam proizvodi glasove kreiranjem varijacija akustičkog pritiska. Koristeći mikroskop te varijacije se prevode u električne signale. Različitim glasovima odgovaraju različiti oblici signala, kao što je prikazano na Slici 1.1. Slično je i sa slikom i videom koji su dvodimenzionalni, odnosno trodimenzionalni signali, gdje vrijednosti signala odgovaraju prostornoj, odnosno prostorno-vremenskoj raspodjeli svjetline.



Slika 1.1 Primjeri audio signala: (a) muzički signal i (b) dio glasa "a".

Bilo koji signal (mehanički, akustični, video, biološki...), da bi se podvrgao obradi elektronskim putem, mora biti konvertovan u električni signal. Električni signali nastaju mjerenjem fizičkih pojava kao što su temperatura, pritisak, zvuk, svjetlost i slično, ili vještačkim putem, npr. pri generisanju elektronske muzike i sintetičkih slika.

Postoji mnogo pristupa analizi i obradi signala, kao i analizi, projektovanju i realizaciji sistema koji se koriste u tu svrhu. Analizom signala otkrivamo prirodu fizičkih pojava koje oni opisuju, dok ih njihovom obradom mijenjamo na neki unaprijed definisani način. Prilikom obrade signala vrši se transformacija pobudnog signala u signal odziva na zadati način. Jedna od uobičajenih obrada je uklanjanje šuma i restauracija signala koji je na neki način degradiran, s ciljem dobijanja signala koji što vjernije opisuje datu fizičku pojavu.

Definiciju pojma *sistem* je veoma teško dati zbog njegove sveobuhvatnosti. Mogli bismo reći da je sistem dio univerzuma odabran za analizu, čije karakteristike određuju njegovo ponašanje i interakciju sa okolinom. Osnovni zadatak teorije sistema je analiza i sinteza sistema. *Analizom sistema* je potrebno analitičkim i numeričkim metodama okarakterisati dati sistem kako bismo mogli da razumijemo kako će on reagovati na različite pobude. Pri tome se fizičkim sistemima pridružuju mjerljive veličine relevantne za ponašanje sistema. Relevantne veličine se pojavljuju kao parametri i varijable, a za potpun opis sistema neophodno je uspostaviti relacije među njima. *Sintežom sistema* nastojimo da kreiramo sistem sa željenim karakteristikama. Ako je sistem takav da se može opisati jednoznačnom relacijom ulaz-izlaz, kažemo da se radi o *sistemu za obradu signala*. Primjere sistema za obradu signala susrećemo svakog časa, svuda oko nas. Čak i biološke jedinice možemo posmatrati kao sisteme koji reaguju na zvukove, svjetlost i obilje drugih signala iz okoline.

Pod riječju signal ćemo u daljnjem izlaganju misliti na električni signal, podrazumijevajući da se signali drugačije prirode mogu konvertovati u električne signale. U ovoj knjizi ćemo se zadržati na analizi i obradi kontinualnih signala.

### **Organizacija knjige**

Materija izložena u ovoj knjizi je organizovana u osam cjelina: *Uvod*, *Kontinualni signali*, *Kontinualni sistemi*, *Analiza i obrada kontinualnih signala u vremenskom domenu*, *Furijeov red*, *Furijeova transformacija*, *Laplasova transformacija* i *Višedimenzionalni signali i sistemi*.

Nakon što je u ovoj uvodnoj glavi obrazložena potreba izučavanja signala kao funkcija koje nose informaciju o fizičkim pojavama, u nastavku ćemo se prvo baviti bitnim karakteristikama kontinualnih signala. Na osnovu tih karakteristika, u Glavi 2, koja nosi naslov *Kontinualni signali*, dat je pregled različitih klasifikacija signala. Uvedeni su elementarni signali: jedinični odskočni

signal (Hevisajdova funkcija), signal znaka i signal nagiba, pravougaoni i trougaoni impuls, te signal u obliku sinc funkcije. Posebna pažnja posvećena je Dirakovom impulsu i kompleksnim eksponencijalnim signalima. Obrađene su operacije nad signalima vezane za transformaciju nezavisne varijable (refleksija, translacija i skaliranje), zatim osnovne matematičke operacije, te izvod i integral signala. Provedeno je i razmatranje vezano za generalisani izvod signala.

U Glavi 3, pod naslovom *Kontinualni sistemi*, uvodi se pojam sistema, sa posebnim naglaskom na sisteme za obradu signala. Obrađene su osnovne osobine sistema i na njima zasnovane klasifikacije. Prikazana je mogućnost predstave složenih sistema preko serijske (kaskadne), paralelne ili kombinovane veze jednostavnijih sistema, kao i sistemi sa povratnom vezom.

Glava 4 se bavi analizom i obradom kontinualnih signala linearnim, vremenski invarijantnim sistemima u vremenskom domenu, pa je shodno tome nazvana *Analiza i obrada kontinualnih signala u vremenskom domenu*. Prvo se definišu impulsni i jedinični odskočni odziv, te analiziraju osobine linearnih, vremenski invarijantnih sistema. Srž materije izložene u ovoj Glavi čini određivanje odziva linearnog, vremenski invarijantnog sistema pomoću konvolucionog integrala. Za lakše razumijevanje teorijskih postavki, kao i u praktičnim primjenama, važno je razumijevanje grafičkog rješavanja konvolucije, pa je tom metodu posvećena posebna pažnja. Postupak je detaljno grafički ilustrovan i izlaganje upotpunjeno primjerima konvolucije karakterističnih signala. Nakon toga, razmatrani su i osnovni principi određivanja odziva na osnovu opisa linearnih, vremenski invarijantnih sistema diferencijalnim jednačinama. Izložena su dva načina: prvi koristeći opis sistema jednačinama stanja, a drugi diferencijalnom jednačinom višeg reda. Zatim su, preko odziva na kompleksnu eksponencijalnu pobudu, uvedeni pojmovi funkcije prenosa i frekvencijskih karakteristika kontinualnih sistema. Na kraju je, kratko, obrađena korelacija, kao još jedna značajna operacija obrade signala, koja se u praktičnim primjenama često koristi za detekciju signala poznatog oblika u nepoznatom signalu.

Koncept razlaganja signala na elementarne funkcije uveden je u Glavi 5. Razlaganjem signala na elementarne funkcije dobija se bolji uvid u prirodu signala, a slijedeći princip linearnosti, na taj način se pojednostavljuje i obrada signala. Sama ideja razlaganja signala potiče s kraja 18. i početka 19. vijeka. Tada je francuski matematičar, fizičar i istoričar Jean Baptiste Joseph Fourier, proučavajući oscilacije u fizici, ustanovio da se periodične funkcije mogu razložiti na prostoperiodične komponente. U okviru ove Glave govori se o

razlaganju periodičnih signala korišćenjem Furijeovog reda, te joj je i naslov *Furijeov red*. Teorijsko izlaganje praćeno je primjerima koji olakšavaju razumijevanje fizičkog smisla razlaganja signala.

Uvođenjem periodične funkcije sa beskonačnom periodom, u Glavi 6 se princip razvoja periodičnih signala u Furijeove redove uopštava i proširuje i na neperiodične signale. Na taj način se dolazi do definicije Furijeove transformacije, pa je ova Glava nazvana *Furijeova transformacija*. Analiza signala pomoću Furijeove transformacije je najznačajnija teorijska oblast na kojoj su zasnovana mnogobrojna praktična rješenja u telekomunikacijama i analizi i obradi signala u mnogim drugim oblastima. Dobro poznavanje osobina Furijeove transformacije je osnova razumijevanja obrade signala u frekvencijskom domenu. Zbog toga se, nakon definicionih izraza, opisuju osnovne osobine i iz njih proistekla pravila Furijeove transformacije: simetrija, linearnost, translacija i skaliranje signala u vremenskom i frekvencijskom domenu. Za praktične primjene od posebne važnosti je pravilo po kome konvoluciji signala u vremenskom odgovara množenje njihovih Furijeovih transformacija u frekvencijskom domenu i obrnuto. Opis osobina Furijeove transformacije je praćen pažljivo odabranim primjerima. Principi odmjeravanja i rekonstrukcije signala, kao i propratne pojave koje su posljedica ovih postupaka, su takođe obrađeni u ovoj Glavi. Na kraju je opisana i Hilbertova transformacija, kojom se za kauzalni signal uspostavlja veza između realnog i imaginarnog dijela njegove Furijeove transformacije.

Furijova transformacija znatno olakšava analizu i obradu kontinualnih signala. Međutim, njeno područje primjene ograničeno je na signale koji zadovoljavaju određene uslove konvergencije. Uvođenjem Laplasove (Pierre-Simon Laplace) transformacije, kao opšteg metoda transformacije kontinualnih signala u kompleksnu funkciju kompleksne učestanosti, koja je opisana u Glavi 7, proširuje se klasa signala za koju transformacija konvergira. Nakon što su date osnovne definicije i metodi određivanja direktne i inverzne transformacije, naglasak je stavljen na unilaternu Laplasovu transformaciju, osobine i mogućnosti primjene u analizi sistema i obradi signala. Poseban dio je posvećen analizi električnih kola pomoću Laplasove transformacije. Stoga je ova Glava nazvana *Laplasova transformacija*.

Principi analize i obrade jednodimenzionalnih signala se mogu proširiti i na višedimenzionalne signale, kakvi su, na primjer, slika i video. U Glavi 8, pod nazivom *Višedimenzionalni signali i sistemi*, uvedeni su pojmovi višedimenzionalnih signala, te osnove obrade i transformacija tih signala, kao

što su: višedimenzionalna konvolucija, višedimenzionalna Furijeova transformacija i višedimenzionalna Laplasova transformacija.

Na kraju knjige navedeni su korišćena literatura i indeks pojmova.